

مدخل الى الفيزياء الحديثة

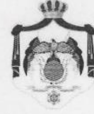
الجزء الأول



الأستاذ الدكتور محمد باسل الطائي

بسم الله الرحمن الرحيم
المملكة الأردنية الهاشمية
The Hashemite Kingdom of Jordan
وزارة الثقافة
Ministry of Culture
دائرة المكتبة الوطنية
Department of the National Library





الرقم: م أ/١/١٥١٥
التاريخ: ٢١ / ٣ / ٢٠١٩
الموافق: ....

السيد / "محمد باسل" جاسم الطائي

تحية طيبة وبعد،

أرجو إعلامكم بأن الكتاب المقدم من قبلكم قد تم منحه رقم الإيداع ، واستخلصت بيانات الفهرسة الأولية له:

اسم الكتاب: مدخل الى الفيزياء الحديثة

المؤلف: "محمد باسل" جاسم الطائي

يرجى العمل على تثبيت هذا الرقم وبيانات الفهرسة على ظهر صفحة عنوان الكتاب كما هو مبين أدناه، **وتسليم مركز الإيداع في دائرة المكتبة الوطنية ثلاث نسخ على سبيل الإيداع**، حال الانتهاء من طباعة الكتاب وقبل عرضه للبيع أو التوزيع، **استنادا لأحكام المواد (٣٨، ٣٩، ٤٠، ٤١) من قانون حماية حق المؤلف رقم (٢٢) لسنة ١٩٩٢ وتعديلاته، وأحكام نظام إيداع المصنفات رقم (٤) لسنة ١٩٩٤**، مبينا بأن دائرة المكتبة الوطنية تعتمد في التصنيف الطبعة الثالثة والعشرين المترجمة والمعدلة من نظام ديوي العشري

واقبلوا فائق الاحترام،،،،

المدير العام بالوكالة

فراس علي الحديد

المملكة الأردنية الهاشمية
رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية
(٢٠١٩/٣/١٥١٥)

نسخة / مركز الإيداع

٥٣٠
الطائي، "محمد باسل" جاسم
مدخل الى الفيزياء الحديثة / "محمد باسل" جاسم الطائي .- اربد:المؤلف، ٢٠١٩

( ) ص .
ر. إ. : ٢٠١٩/٣/١٥١٥.
الواصفات : /الفيزياء//العلوم الطبيعية/

يتحمل المؤلف كامل المسؤولية القانونية عن محتوى مصنفه ولا يعبّر هذا المصنف عن رأي دائرة المكتبة الوطنية أو أي جهة حكومية أخرى.

تلفون : ٥٦٦٢٨٤٥(٦-٩٦٢) فاكس : ٥٦٦٢٨٦٥ (٦-٩٦٢) ص .ب (٦٠٧٠) الرمز البريدي ١١١١٨ عمان – الأردن
P.O.Box:(٦٠٧٠) Code No : ١١١١٨ (Amman – Jordan) Fax : (٩٦٢-٦)٥٦٦٢٨٦٥ Tel:(٩٦٢-٦)٥٦٦٢٨٤٥
www.nl.gov.jo E-mail: nl@nl.gov.jo

شباط 2019

Contents

مقدمة الكتاب

هذا الكتاب هو مجموعة محاضرات المؤلف في مواضيع الفيزياء الحديثة لطلبة البكالوريوس في قسم الفيزياء والتي ألقاها في جامعة الموصل بالعراق وجامعة اليرموك بالأردن على مدى سنين طويلة. والمواضيع المطروحة هنا تشتمل على الجزء الأول من مفردات مادة الفيزياء الحديثة وهي من المواد المؤسِسة في تخصص الفيزياء. فمن المعلوم أن مفردات هذه المادة تؤسس لميكانيك الكم في مرحلة أكثر تقدماً.

وقد عمد المؤلف الى تبسيط المادة قدر المستطاع بتبسيط المفاهيم وضرب الأمثلة المناسبة وحل بعض المسائل. وقد تم التمييز بين الأسئلة التي هي حول المفاهيم والمسائل التي هي حول الحسابات وتطبيق القوانين.

ومن الجدير بالذكر أن المؤلف قد نشر على قناته في اليوتيوب جميع محاضرات هذه المادة وهي على الرابط التالي

أملاً أن يكون هذا الكتاب عوناً لطلبتنا الأعزاء إذ أضعه هنا وقفاً مجانياً للفائدة بكونه علمٌ ينتفع به. راجياً به الجزاء الأوفى من الباري عزوجل.

محمدباسل الطائي

ليدز/المملكة المتحدة في 23/11/ 2020

الفصل الأول: نظرية النسبية الخاصة

The Theory of Special Relativity

يهدف هذا الفصل الى تقديم نظرية النسبية الخاصة التي طرح مبادئها الفيزيائي ألبرت أينشتاين في عام 1905 من خلال بحث نشره في الدورية الألمانية Annalen der Physik. ولكي نكون على بينة من التحول الجذري في مفاهيم الميكانيك الكلاسيكي الذي حصل مع بداية القرن العشرين، عندما طرح ألبرت آينشتاين نظرية النسبية الخاصة، فلا بد لنا من التعرف على الأركان النظرية للفيزياء الكلاسيكية ثم التعرف على الأسس المفاهيمية للميكانيك الكلاسيكي.

قامت الفيزياء الكلاسيكية على ثلاثة أعمدة رئيسية هي:

- قوانين نيوتن في الحركة وقانون الجاذبية العام.
- كهرمغناطيسية ماكسويل وقوانين الألكتروداينميك وما يتعلق بها من قوانين علم البصريات.
- النظرية الحركية للغازات وفيزياء الانتقال الحراري (الثرموداينميك) وما يتعلق به من ميكانيك إحصائي وهو إحصاء بولتزمان الضروري لفهم العالم المجهري.

لقد شكلت هذه الجملة من العلوم الفيزيائية بنية الفيزياء الكلاسيكية وقد كان معظم الفيزيائيين يعتقدون أن هذه الفيزياء بقوانينها الصارمة والواضحة كفيلة بفهم العالم من حولنا بكل محتواه المادي رغم تنوعه الهائل، وكأن مشاكل فهم العالم قد حُلت جميعها. لكن دعنا الآن ننظر في واقع الفيزياء كما كانت عليه في بداية القرن الماضي بدقة وعمق لغرض فهم الأسس المفاهيمية التي تقوم عليها قوانين تلك الفيزياء.

دراسات غاليليو غاليلي للحركة

وكان غاليليو قد ركز اهتمامه على دراسة السقوط الحر للأجسام بتأثير جاذبية الأرض وقام بتجاربه الشهيرة على السقوط الحر في برج بيزا بإيطاليا كما يقال.

وسرعان ما وجد غاليليو أن الاسقاط المباشر للأجسام من علو لا يسعف طلبه في قياس أزمنة السقوط الحر نظراً لسرعة هوي الأجسام إلى الأرض، لذلك تحول إلى استخدام تقنية السطح المائل، والتي أعانته على التحكم بسرعة حركة الجسم مما مكنه بالتالي من قياس الأزمنة والمسافات بسهولة. ومن الثابت أن غاليليو لم يكتشف الصياغات الرياضية لقوانين الحركة إنما اكتشف علاقة المتغيرات ومواطن الثوابت في تصرف الأجسام أثناء حركتها. بالخلاصة فإن الاكتشاف الكبير الذي ينسب لغاليليو غاليلي هو أنه وجد أن الأجسام تسقط نحو الأرض في الخلاء بتسارع ثابت لا يعتمد على الحالة وزن الجسم. فالأجسام الثقيلة تهوي نحو الأرض بنفس التسارع الذي تهوي به الأجسام الخفيفة.

وربما أمكننا أن نتوقع أن غاليليو وغيره قد استفادوا من أعمال من سبقوهم من علماء العرب والمسلمين وما كانوا أنجزوه في دراسة حركة الأجسام على مستوى المفاهيم، يوم كان مشعل الحضارة بيدهم، خاصة وأن كثيرا من المدونات العلمية العربية كانت رائجة في أوربا اعتبارا من القرن الميلادي الثالث عشر وما بعده وأبان النهضة الأوربية، ومنها كتب ابن سينا التي ناقشت الحركة والجاذبية وخصوصا كتاب الشفاء وكتاب الإشارات والتنبيهات. لكن هذا الإدعاء بحاجة إلى تحقيق علمي رصين جدير أن يجريه دارسوا تاريخ العلوم الطبيعية. ولعل أن من الكتب المهمة المعروفة التي بحثت نفس المسائل التي عالجها نيوتن وغاليليو كتاب "المعتبر في الحكمة" الذي وضعه أبو البركات هبة الله بن ملكا البغدادي (ت 560هـ/1225م) ففيه الكثير من القوانين والعلاقات التي صيغت بالكلمات لتعبر عن التغيرات في كميات الحركة ومتعلقاتها، إلا أن تلك المفاهيم والعلاقات لم تكن قد أخذت الصياغة الرياضية بعد.

حاشية تاريخية

بعض النصوص من تراث المسلمين في الحركة

كان للعرب والمسلمين الذين عاشوا في الدور الحضاري العربي الإسلامي مساهمات جليلة في مختلف العلوم مثلت مرحلة متقدمة وحلقة مميزة من حلقات الفكر والمعرفة العلمية أسهمت في تطوير المعارف والوسائل لغرض اكتشاف هذا العالم وسننه. وفي علم الحركة والجاذبية كان للمسلمين إسهامات مهمة نقططف منها مايلي:

يقول الشيخ الرئيس ابن سينا (371هـ /981م– 428هـ/ 1036م) في كتابه الإشارات والتنبيهات: "إنك لتعلم أن الجسم إذا خُلِّي وطباعه، ولم يَعْرِضْ له من خارجٍ تأثيرٌ غريبٌ، لم يكن له بُدٌّ من موضع معين وشكل معين، فإن في طباعه مبدأ استيجاب ذلك، وليست المعاوقة للجسم بما هو جسم، بل بمعنى فيه يطلب البقاء على حاله". وفي هذا القول ما يتضمن شيئاً من القانون الأول للحركة وعلى الرغم من عدم ذكر الحركة في قول ابن سينا صراحة إلا أن ذكر (المعاوقة) دليل على عنايته الحركة أيضاً في هذا القول. وبالتالي يمكن حمل القول على مضمون القانون الأول في الحركة.

وبخصوص القوة والسرعة يقول هبة الله بن ملكا البغدادي (480هـ/1087– 560هـ/ 1164م) في كتابه المعتبر في الحكمة: "وكل حركة ففي زمان لا محالة، فالقوة الأشدّ تُحرّك أسرع وفي زمن أقصر.. فكلما اشتدت القوة ازدادت السرعة فقصر الزمان، فإذا لم تتناه الشدة لم تتناه السرعة، وفي ذلك تصير الحركة في غير زمان أشد؛ لأن سلب الزمان في السرعة نهاية ما للشدة". وفي الفصل الرابع عشر الموسوم (الخلاء) قال بلفظه: "تزداد السرعة عند اشتداد القوة, فكلما زادت قوة الدفع زادت سرعة الجسم المتحرك, وقصر الزمن لقطع المسافة المحددة". وفي هذه الأقوال تشخيص

نوعي للعلاقة بين القوة والسرعة. على أنه من غير الواضح ما إذا كان ابن ملكا قد عرف شيئا عن التسارع وعلاقة القوة بالتسارع.

أما بخصوص الفعل ورد الفعل والتوازن الحاصل عند تأثير أكثر من قوة على نقطة واحدة فنجد في كتابه (المعتبر في الحكمة) ما نصه "**إن الحلقة المتجاذبة بين المصارعين لكل واحد من المتجاذبين في جذبها قوة مقاومة لقوة الآخر، وليس إذا غلب أحدهما فَجَذَبَهَا نحوه يكون قد خلت من قوة جذب الآخر، بل تلك القوة موجودة مقهورة، ولولاها لما احتاج الآخر إلى كل ذلك الجذب**". وفي هذا المعنى نفسه يقول الإمام فخر الدين الرازي (ت 606هـ / 1209م) في كتابه المباحث المشرقية في علم الإلهيات والطبيعيات: "**الحلقة التي يجذبها جاذبان متساويان حتى وقفت في الوسط، لا شك أن كل واحد منهما فعل فيها فعلاً معوَّقًا بفعل الآخر**".

إلا أن المساهمة العظيمة لهبة الله بن ملكا كانت عندما أدرك قبل غاليليو غاليلي أن الأجسام تسقط نحو الأرض بتسارع واحد في الخلاء (اي إذا حذفنا تأثير معاوقة الهواء) إذ نجده يقول في كتابه المعتبر في الحكمة: "**وأيضًا لو تحركت الأجسام في الخلاء لتساوت حركة الثقيل والخفيف والكبير والصغير والمخروط والمتحرك على رأسه الحاد والمخروط المتحرك على قاعدته الواسعة، في السرعة والبطء؛ لأنها إنما تختلف في الملاء بهذه الأشياء بسهولة خرقها لما تخرقه من المقاوم المخروق كالماء والهواء وغيرهما...**".

وحقيقة الأمر أن هذا الكلام بخصوص السقوط الحر هو للمتكلم البصري المعتزلي أبو علي الجُبَّائي حيث نجد أن الحسن بن متويه النجراني يروي في كتاب التذكرة عنه أنه قال "**لو ألقينا حجراً وريشة في الخلاء لوصلا الأرض في نفس الوقت**".

وفي مناقشته لحركة المقذوفات يقول إبن ملكا: "**... فكذلك الحجر المقذوف فيه ميل مقاوم للميل القاذف؛ إلا أنه مقهور بقوة القاذف؛ ولأن القوة القاسرة عرضية فيه، فهي**

تضعف لمقاومة هذه القوة والميل الطبيعي ولمقاومة المخروق.. فيكون الميل القاسر في أوله على غاية القهر للميل الطبيعي، ولا يزال يضعف ويبطئ الحركة ضعفًا بعد ضعف وبطئًا بعد بطء حتى يعجز عن مقاومة الميل الطبيعي، فيغلب الميل الطبيعي فيحرك إلى جهته".

بل إن ابن الهيثم (ت 430هـ / 1039م) كان له نصيب منه أيضًا، حيث قال في كتابه (المناظر): **"المتحرك إذا لقي في حركته مانعاً يمنعه، وكانت القوة المحركة له باقية فيه عند لقائه الممانع، فإنه يرجع من حيث كان في الجهة التي منها تحرك، وتكون قوة حركته في الرجوع بحسب قوة الحركة التي كان تحرك بها الأول، وبحسب قوة الممانعة".**

ما يمكن تأشيره على الفترة العربية الاسلامية أنها لم تعتن كثيرا بالحساب الكمي بل عنيت بالفهم النوعي لقوانين العالم وهذا أمر مطلوب حقا فلا سبيل الى استيعاب الحساب دون إدراك المفاهيم. ولعل أن فترة العرب والمسلمين كانت لازمة ضرورة لمغادرة الفهم الأرسطي الميتافيزيقي السقيم لقوانين العالم. على أننا لا نقرر هنا أن جميع ما ذهب اليه العلماء المسلمون كان صحيحا ففي أحيان أخر كانت لهم آراء غير صحيحة علميا حالهم حال جميع مع سبقوهم ومن لحقوا بعدهم من العلماء. وينبغي التأكيد على الطبيعة التراكمية للعلم. بالتالي لا ينبغي القول أن الأوربيين سرقوا علوم المسلمين وبنوا عليها، بل هم قد استفادوا من علوم المسلمين على نحو واسع واللوم الذي ينبغي توجيهه الى علماء أوربا في عصر النهضة أنهم لم يشيروا الى أعمال المسلمين على النحو الذي تتطلبه الأمانة العلمية، وكان حالهم مثل حال أسلافهم اليونان إذ أخذوا عن العراقيين القدماء البابليين والآشوريين وعن المصريين القدماء دون أن يشيروا اليهم. وهذا ما ينبغي أن ينصفه دارسوا تاريخ العلم المعاصرون.

قوانين نيوتن في الحركة

قام أسحق نيوتن بوضع الصياغة الرياضية لثلاثة قوانين للحركة كان قد استنبطها خلال تأملاته في أعمال الباحث العظيم غاليليو غاليلي ومن سبقه من علماء الطبيعة. ويمكن تلخيص قوانين نيوتن الثلاثة في الحركة بالنصوص التالية:

القانون الأول: ويسمى قانون الاستمرارية ويمكن صياغته كما يلي

"الجسم الساكن يبقى ساكنا والمتحرك يستمر في حركته بانطلاق ثابت وعلى خط مستقيم ما لم تؤثر عليه محصلة قوة خارجية"

مضمون هذا القانون أن الحالة الحركية لأي جسم هي صفة تخصه وأن تغيير حالته الحركية رهن بتغير الظروف الخارجية، كأن تطرأ قوة تغيّر سكون الجسم إلى حركة أو تغير قيمة سرعته (انطلاقه) أو اتجاه حركته. وفي كل هذه الأحوال يحصل التغير في **سرعة** الجسم سواء كان التغيّر في مقدار السرعة **(الانطلاق)** أو اتجاهها. وتغيّر السرعة هو **التسارع،** فالتسارع هو تغير السرعة خلال الزمن. لاحظ أننا نقرن تغيّر السرعة بمقياس معين، وهذا المقياس هنا هو **الزمن.** ولما كانت السرعة هي مقدار تغير المسافة خلال الزمن فإن التسارع يصبح هو تغير المسافة مرتين مع الزمن. مما يوحي وكأن الزمن هو معامل أو متغير خارجي **مستقل** عن الحالة الحركية للجسم.

القانون الثاني:

إذن لكي نغيّر الحالة الحركية للجسم فلابد من تغيير السرعة أي فرض تسارع. ولكن التغيير في كل الأحوال يعني تسليط قوة خارجية فهل للقوة علاقة بالتسارع؟ هنا انتبه نيوتن إلى ضرورة تعريف القوة وبيان علاقتها مع التسارع فوضع قانونه الثاني، هذا القانون الذي يربط القوة بالتسارع.

في صياغة معاصرة لهذا القانون يمكننا القول أن "**القوة هي المعدل الزمني لتغير زخم الجسم**". وزخم الجسم هو كتلة الجسم × سرعته. لذلك وإذا ما قلنا أن كتلة الجسم هي كمية ثابتة، أمكننا القول أن القوة تتناسب طرديا مع المعدل الزمني لتغير السرعة مما يعني بالتالي أن القوة تتناسب طرديا مع التسارع. وهكذا يمكن صياغة القانون الثاني لنيوتن كما يلي

$$F = \frac{dp}{dt} \qquad (1\text{-}1)$$

وكما قلنا إذا كان $p = mv$ وكانت كتلة الجسم m ثابتة لا تتغير مع تغير الزمن أو تغير الحالة الحركية للجسم فإن القانون في المعادلة $(1-1)$ يصبح

$$F = ma \qquad (2\text{-}1)$$

حيث أن a هي مقدار التسارع $a = \frac{dv}{dt}$.

القانون الثالث: ويسمى تقليديا قانون الفعل ورد الفعل.

لكي يتم تعريف التغير الحركي بصورة متكاملة ولكي يكون هنالك توازن وحفظ للقوة أو الجهد أو الطاقة المبذولة مع أي قوة، فلا بد من وجود قانون يضبط مقدار القوة المسلطة أو الطاقة المصروفة ويوازنها مع التغير الحاصل في زخم الجسم أو طاقته لذلك عمد نيوتن إلى صياغة قانون ثالث يتكفل بتحقيق هذه الموازنة بالقول إن: "لكل فعل رد فعل يساويه في المقدار ويعاكسه في الاتجاه"

ويحفظ هذا القانون التوازن السكوني (الاستاتيكي) والتوازن الحركي (الديناميكي) للأجسام والقوى والزخوم. وذلك بأنه يعني أن الوزن الذي يسلطه كتاب ساكن على منضدة يواجه رد فعل من قبل المنضدة نفسها مساوٍ لوزنه. وهذا هو التوازن السكوني *Static Equilibrium*. وأن الصاروخ الذي يتحرك بسرعة ثابتة بفعل نفث الغازات من مؤخرته إنما يحقق التوازن الحركي *Dynamic Equilibrium* إعتماداً

على مبدأ إنحفاظ كمية الحركة (الزخم) حيث يكون للغازات الخارجة منه زخم يعادل زخم حركته أي كتلته مضروبة في سرعته.

قانون نيوتن في الجذب العام

من خلال دراسة الأعمال والتجارب التي قام بها غاليليو غاليلي حول السقوط الحر للأجسام ودراسات أخرى، وبعد التأمل في قوانين كبلر الوضعية بشأن حركة الكواكب السيارة حول الشمس والتساؤل عن سبب دوران تلك الكواكب وحركتها تمكن أسحق نيوتن من معرفة أن قوة الجاذبية هي السبب في هذه الحركة وإذ لاحظ أن القمر يدور حول الأرض وأن أقمار المشتري الأربعة التي اكتشفها غاليليو تدور حول المشتري ومن خلال ملاحظته سقوط الرجم من الفضاء نحو الأرض تمكن نيوتن من وضع قانون الجاذبية العام. ونقول العام لأنه ينطبق على الجذب الأرضي للأجسام فضلا عن انطباقه على أية أجسام أخرى في الكون. ويمكن صياغة هذا القانون بالمنطوق التالي

"يجذب كل جسمين في الكون أحدهما الآخر بقوة تتناسب طرديا مع حاصل ضرب كتلتيهما وعكسياً مع مربع المسافة بين مركزيهما".

لاحظ أن التجاذب متبادل والقوة التي تجذب التفاحة الأرض بها تساوي قوة جذب التفاحة نفسها للأرض. فالقوة تعتمد على حاصل ضرب الكتلتين ومربع المسافة بينهما. ورياضيا يصاغ هذا القانون كما يلي

$$F_{12} = F_{21} = \frac{Gm_1m_2}{r_{12}^{\ 2}} \qquad (3\text{-}1)$$

حيث أن G هو ثابت الجاذبية العام و F هي القوة المتبادلة بين الجسمين، m_1 كتلة الجسم الأول، و m_2 هي كتلة الجسم الثاني.

شكلت قوانين الحركة الثلاثة لنيوتن مع قانونه في الجاذبية منظومة رياضية وفيزيائية متكاملة لوصف وتحليل الحركات الطبيعية في الكون بدئا من اسقاط حجر على الأرض، مرورا بالقذائف وحركة الصواريخ، وحتى حركة القمر حول الأرض وحركة الكواكب السيارة حول الشمس بل وحركة الشمس حول المجرة وحركات المجرات في الكون. وبذلك تمكن الفلكيون من حساب حركات القمر بدقة عالية وبالتالي التنبؤ بمواعيد حصول ظواهر الخسوف والكسوف. وأمكن حساب ولادة الأهلة فلكيا بدقة علية أيضاً. كما أمكن حساب مواعيد اقتراب المذنبات الدورية من الشمس ورؤيتها في سماء الأرض بدقة مقبولة وكان إدموند هالي أول من أجرى مثل هذه الحسابات على المذنب الدوري الشهير الذي سمي باسمه.

الأسس والمضامين المفاهيمية لميكانيك نيوتن

يقوم ميكانيك نيوتن على جملة من الأسس المفترضة ضمنياً. وأول هذه الأسس وجود زمان مطلق ومكان مطلق تقاس بالنسبة اليهما تغيرات المكان وتغيرات الزمان. وهذه المفاهيم هي ما كانت الفلسفة اليونانية قد رسخته في جملة المفاهيم التي طرحتها في محاولة لتفسير العالم. فالقوانين الثلاثة للحركة تتحدث عن سرعة و تسارع ومعدل زمني للتغير لكنها لم تحددمرجعاً للمكان ولا مرجعاً للزمان الذي يدخل في حساب هذه السرع وذلك التسارع. وسبب ذلك هو الشعور بوجود مطلق للزمان ووجود مطلق للمكان مستقلاً تماماً عن هذه الحركات. وهذه القوانين لا تقول لنا ماذا يحصل لو كان لدينا جسم واحد فقط في فضاء خالي تماما من أية مادة. وهل لوجود مثل هذا الجسم معنى؟ والحقيقة أن قوانين نيوتن في الحركة تفترض وجود مكان ساكن سكوناً مطلقاً وهو مواضع النجوم البعيدة (الثابتة نسبياً). وتفترض وجود زمن مطلق يجري بالتساوي في أرجاء الكون دون أن يتأثر بأي

شيء آخر حوله. هذه المسألة تثير قضية الإطر المرجعية *Frame of Reference* للحركة وهي مسألة سوف نناقشها لاحقاً.

أما بشأن الجاذبية فإنها في قانون نيوتن العام خاصية ذاتية للكتلة، تنطلق بحسب تفسير فيزيائيي القرن التاسع عشر كمجال مؤلف من متجهات قوة مركزية تتمركز في الأجسام. وأنها تفعل فعلها المشترك بين الأجسام بسرعة لانهائية. وحين يوجد أي جسمين في الكون تنشأ بينهما قوة متبادلة، ويسمى هذا الفعل "التأثير عن بعد" *Action-at-a-distance*. ولم تكن آلية انتقال المجال الجاذبي في الفضاء مفهومة جيداً حتى وضعت فرضية الأثير والتي سنأتي على بيانها لاحقاً.

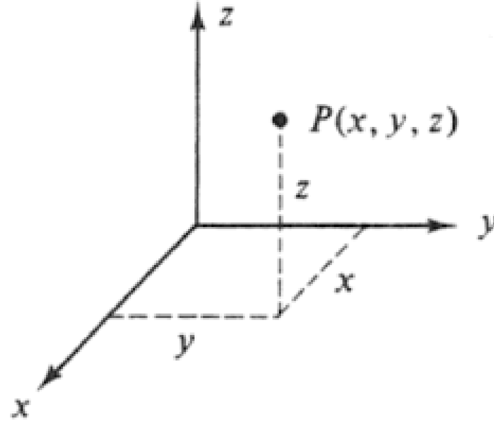
من جانب آخر فإن قانون نيوتن الثاني برغم كونه يعطينا تعريفا للكتلة بكونها "**الممانعة التي يبديها الجسم لتغيير حالته الحركية**" فإن قانون الجاذبية يشير إلى نوع آخر من الكتلة تتأتى عن التسارع الجذبي الذي يمكن أن ينشأ عن وجودها أزاء كتلة أخرى. يسمى النوع الأول من الكتلة الذي يتم حسابه من خلال قانون نيوتن الثاني الكتلة القصورية *InertialMass*، بينما يسمى النوع الثاني من الكتلة الذي يتضمنه قانون الجاذبية الكتلة الجاذبية أو التثاقلية *Gravitational Mass*.

وقد حار الفيزيائيون زمناً في معنى الكتلتين والسؤال عن تساويهما أم عدم تساويهما. والحق أن التساؤل في إطار فيزياء نيوتن يكون مصطنعاً لأن قانون الجاذبية إذ يتضمن الكتلة فهي بالمضمون الكلي تعبير عن الوزن، وهي مرتبطة بقوة الجاذبية (من خلال التسارع الجاذبي) وقوة الجاذبية لا يمكن إلغاؤها سكونيا بل حركيا وموضعياً فقط في حالة السقوط الحر، وبالنتيجة فإن هنالك كتلة واحدة فيما نرى لا غيرها، وهي الممانعة التي يبديها الجسم لتغيير حالته الحركية. إلا أن التعبير الآينشتايني عن الجاذبية بدلالة تحدب الزمكان أعطى مدلولاً جديداً للكتلة فصار وجود الكتلة سبباً في تحدب الزمكان ومن هنا ربما اختلف معنى الكتلة الجاذبية عن الكتلة القصورية. وبالتالي يكون التساؤل عن التمييز بين الكتلة

القصورية والكتلة الجاذبية في إطار نظرية النسبية العامة مشروعاً. وهذا ما سنناقشه في الفصل الخاص بنظرية النسبية العامة.

الأطر المرجعية Reference Frames

يقصد بالإطار المرجعي أية نقطة في الفضاء مُعرَّفة بدلالة الاحداثيات المكانية عند زمن معين. والاحداثيات المكانية هي التي يرمز لها بالمحاور المكانية المتعامدة (x وy وz). أما الزمان فيرمز له t. وعند أية لحظة زمانية يمكن تعريف الاطار المرجعي S بدلالة هذه المحاور الثلاثة والزمن t وأية نقطة يمكن تعريفها مكانياً وزمانياً بموجب هذا الإطار المرجعي بالاحداثيات (x وy وz وt). ونظراً لأننا معتادون على أن يكون الزمن هو نفسه في جميع النقاط في الفضاء لذلك فإننا غالباً ما نكتفي بذكر الاحداثيات المكانية فقط.



الشكل (1−1) الاطار المرجعي

يمكن أن يمثل هذا الاطار المرجعي S رصيف الشارع أو نقطة على جناح طائرة أو نقطة على رأس شخص يسبح في النهر، أو سفينة تبحر في البحر. ويمكن تعريف احداثيات أية نقطة في هذا المرجع على أنها إطار مرجعي آخر. مثلاً سيارة تتحرك في الشارع نفسه بسرعة v يمكن أن تمثل إطاراً مرجعياً آخر، نسميه

S' . وربما كان داخل السيارة شخص يجلس في المقعد الخلفي ويرمي كرة بخط مستقيم إلى الأمام بسرعة u' بالنسبة اليه (أي بالنسبة إلى السيارة نفسها) لذلك تكون سرعة الكرة بالنسبة إلى الشخص الواقف على رصيف الشارع هي

$$u = u' + \mathrm{v} \qquad (4\text{-}1)$$

والسبب بسيط وذلك لأن السيارة تسير بالكرة المتحركة أيضا بسرعة v مما يجعل الكرة تظهر متحركة بسرعة مضافة إلى سرعة السيارة. ولو أن الكرة قذفت من الأمام إلى الخلف بسرعة v لكانت سرعتها بالنسبة إلى رصيف الشارع هي:

$$u' = u - \mathrm{v} \qquad (5\text{-}1)$$

تسمى الأطر المرجعية المتحركة بسرعة ثابتة بالنسبة إلى بعضها البعض الأطر المرجعية القصورية Inertial Frames of Reference أو **الأطر القصورية** فقط للتسهيل.

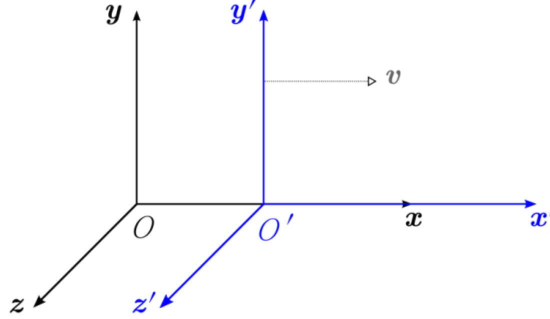
لكي نستطيع الربط بين حركة نقطة كما يشاهدها راصد ما وحركة نفس النقطة كما يراها راصد آخر من إطار مرجعي آخر فإن علينا القيام بتحويل نتيجة الرصد للمشاهد الأول إلى الإطار المرجعي للمشاهد الثاني. مثلاً إذا كان لديك مشاهد يقف على الرصيف في المرجع القصوري S وكانت السيارة التي تتحرك في الشارع هي مرجع قصوري آخر S' فإن فهم حركة شئ في المرجع الثاني من قبل المرجع الأول يتطلب معرفة العلاقات التي تربط المرجع الأول بالثاني. تسمى العلاقات التي تربط مابين أكثر من إطار مرجعي **التحويلات** *Transformations*. وهذه التحويلات مهمة جداً في الفيزياء فعن طريقها يمكننا توحيد قياسات الفيزياء للظاهرة وايجاد العلاقات بين تلك القياسات رغم اختلاف المراجع. مثلاً يرمي أحد الناس الجالس في باص متحرك كرة الى الأمام فإن سرعتها بالنسبة له هي غير سرعتها بالنسبة الى الممشاهد الواقف على الرصيف.

تحويلات غاليليو GalileoTransformations

وهذه هي أبسط التحويلات الخطية الزمانية . المكانية والتي تؤسس لميكانيك نيوتن، فهي تتخذ من الاطر الإحداثية المكانية أساساً وتعتبر الزمن متغيرا مستقلاً وثابتاً في جميع الأطر المرجعية القصورية مهما كانت حالتها من السكون أو الحركة. وطبقا لهذه التحويلات تكون إحداثيات النقطة في الإطار S' الذي يتحرك على المحور السيني للإطار S بسرعة ثابتة v بدلالة احداثيات نفس النقطة في الإطار S كما يلي

$$
\begin{aligned}
x' &= x - \mathrm{v}t \\
y' &= y \\
z' &= z \\
t' &= t
\end{aligned}
\qquad (6\text{-}1)
$$

تسمى هذه العلاقات **تحويلات غاليليو** في بعد واحد.



الشكل (2−1) تحويلات غاليليو بين إطارين مرجعيين

لاحظ أن تحويلات غاليليو لا تشترط وجود مكان مطلق أو زمان مطلق لكنها تفصل وجود الزمان عن المكان وحسب. فجميع الأطر المرجعية القصورية متكافئة وحالتها الحركية تقاس ببعضها وهذا ما سمي لاحقا نسبية غاليليو *Galilean*

Relativity. وكان الذي أعاد مفهوم المكان المطلق والزمان المطلق إلى الصدارة هو نيوتن.

وبهذا إذا أردنا حساب سرعة أي نقطة (كرة) متحركة إلى اليمين في S بالنسبة إلى S' أو بالعكس نجد

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{dx}{dt} - v \qquad (7\text{-}1)$$

أي أن

$$u' = u - v \qquad (8\text{-}1)$$

وهذا يعني أن

$$u = u' + v \qquad (9\text{-}1)$$

تماما كما كنا وجدناها منطقيا في المعادلة $(1-5)$ آنفاً.

ولو أننا حسبنا التسارع لكلا الاطارين المرجعيين لوجدنا أن

$$\frac{d^2x'}{dt^2} = \frac{d^2x}{dt^2} \qquad (10\text{-}1)$$

أي أن تسارع الكرة بالنسبة لكلا المنظومتين الاحداثيتين واحد. مما يعني أن القوة المؤثرة لتسريع الكرة المتحركة سيكون هو نفسه واحداً دون تغيير في كلا الإطارين القصوريين. وعلى هذا نستنتج أن القوة الثلاثية (أي التي لها ثلاث مركبات) هي كمية لا تغيرية تحت تحويلات غاليليو. أي

$$\mathbf{F}' = \mathbf{F} \qquad (11-1)$$

لكن بعد أن جاء نيوتن بقوانين الحركة اصبح من الضروري فرض وجود مكان مطلق تقاس بالنسبة اليه حركة الأجسام. هذا المكان الطلق عرّفه نيوتن بأنه كرة النجوم الثابتة.

بناءً على الأسس السالفة الذكر التي وضعها غليليو غاليلي ونيوتن تمكن الفيزيائيون والرياضياتيون أمثال بيير لابلاس و جوزف لاكرانج و وليام هاملتن من تطوير رزمة شاملة من القوانين الرياضية التي سميت "الميكانيك الكلاسيكي"

Classical Mechanics والذي بموجبه أمكن حساب حركة ذرات الغبار وحركة الكواكب والمجرات أيضاً.

معادلات ماكسويل

درس جيمس كلارك ماكسويل المجالين الكهربائي والمغناطيسي، وكشف عن وجود نقص في معادلة أمبير للحث الكهرمغناطيسي ولاحظ، كما كان قد لاحظ غيره من قبل مثل مايكل فاراداي و هنريش لنز و أندريه أمبير و هانز أورستد، أن تغير المجال المغناطيسي قرب موصل يولد تياراً حثّياً في ذلك الموصل. وكما هو معلوم فإن التيار المار في سلك يولد مجالاً مغناطيسياً حوله. وبعد محاولات مضنية تمكن ماكسويل من صياغة جملة معادلات رياضية تصف نشوء المجال الكهربائي في الموصل نتيجة تغير المجال المغناطيسي على مقربة منه، وظهور المجال المغناطيسي مرافقا للتيار الكهربائي المار في موصل. وقد صاغ ماكسويل معادلاته أول مرة بدلالة كميات رياضية معقدة تسمى *Quaternions* لكن الباحث هيفيسايد *Heviside* قام بإعادة صياغة هذه المعادلات بدلالة المتجهات الثلاثية فاختزلها إلى أربع معادلات واضحة وبسيطة وهي في الفراغ:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$$

$$\nabla \cdot \mathrm{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \qquad (12\text{-}1)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

حيث ان **B** هو متجه المجال المغناطيسي، **E** هو متجه المجال الكهربائي، و c هي سرعة انتقال المجال الكهرمغناطيسي في الفراغ. إن معادلات ماكسويل هذه وحدت المجال الكهربائي مع المجال المغناطيسي إذ بينت تولدهما من بعضهما عبر التغير الزمني.

ويمكننا وصف المجالين الكهربائي والمغناطيسي بدلالة الجهد المتجهي *VectorPotential* الذي يرمز له **A** والجهد القياسي *ScalarPotential* الذي يرمز له بالحرف ϕ وكما يلي:

$$H = \nabla \times A$$

$$E = -\left(\nabla \phi + \frac{1}{c} \frac{\partial A}{\partial t} \right) \qquad (13\text{-}1)$$

وهذا يعني أن المجال المغناطيسي ينشأ عن برم الجهد المتجهي وينشأ التيار الكهربائي عن التغير الزمني للجهد المتجهي والتغير المكاني للجهد القياسي باتجاه معاكس. ومن هذا يتضح لنا أن المجال الكهربائي ينشأ عن تغير زماني مكانيبينما ينشأ المجال المغناطيسي عن تغير مكاني فقط وهذا ما نجده في المعادلة $(2-2)$، وهو ما يؤسس لعدم وجود قطب مغناطيسي منفرد *MagneticMonopole* في الوقت الذي يمكن أن نحصل على شحنة كهربائية منفردة.

ما يميز قوانين ماكسويل دخول سرعة انتقال المجال الكهرمغناطيسي في هذه المعادلات ويمكن كتابة سرعة انتشار المجال الكهرمغناطيسي بدلالة الخواص الكهربائية ε_0 والمغناطيسية μ_0 للفضاء العام وكما يلي:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \qquad (1\text{-}14)$$

وقد وجد أن هذه السرعة كبيرة جدا حيث تبلغ 300000 كيلومتر في الثانية الواحدة. أي أن شعاع الضوء الذي هو موجة كهرمغناطيسية يدور حول محيط الأرض أكثر من 7 مرات في الثانية الواحدة.

يتضح من الصيغة $(2-5)$ أن سرعة انتقال المجال الكهرمغناطيسي في الفراغ هي ثابت كوني والثابت الكوني لا يعتمد على متغيرات حركية أو زمكانية أخرى. لكن هذه المسألة لم تكن واضحة للفيزيائيين على ما يبدو حتى جاء ألبرت أينشتاين

بنظرية النسبية الخاصة فأخذ بهذه الحقيقة كفرضية أول الأمر بنى عليها نظرية النسبية.

فرضية الأثير

فلسفياً تبنت الفيزياء الكلاسيكية عدم وجود خلاء، وبالتالي ينبغي أن يكون الفضاء مملوء بشئ ولكننا لا نلاحظ وجود ما يملأ الفضاء إلا الأجسام. لذلك ذهب الفلاسفة الأرسطيين الى وجود مادة خفيفة جدا وشفافة للغاية أسموها الأثير واعتبروها العنصر الخامس في الطبيعة الى جانب النار والتراب والهواء والماء. وقد أعاد ماكسويل إحياء هذه الفكرة وبنى عليها كثيرا من التخيلات التي بها حاول تفسير تولد المجال المغناطيسي في الفضاء الفارغ بسبب تغير شدة المجال الكهربائي. من جانب آخر فقد كان الاعتقاد السائد أن الموجة الكهرومغناطيسية (موجة الضوء مثلاً) تحتاج الى وسط ينقلها الينا من النجوم البعيدة التي يفصلنا عنها فضاء فارغ فقالوا بوجود الأثير كوسط ينقل الضوء الينا من تلك النجوم.

من جانب آخر فقد كان الباحثون قد كشفوا عن علاقة تربط بين سرعة انتقال الموجة v وكثافة الوسط الناقل ρ ومعامل مرونته κ، وهذه العلاقة هي:

$$\mathrm{v} = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho}} \qquad (17\text{-}1)$$

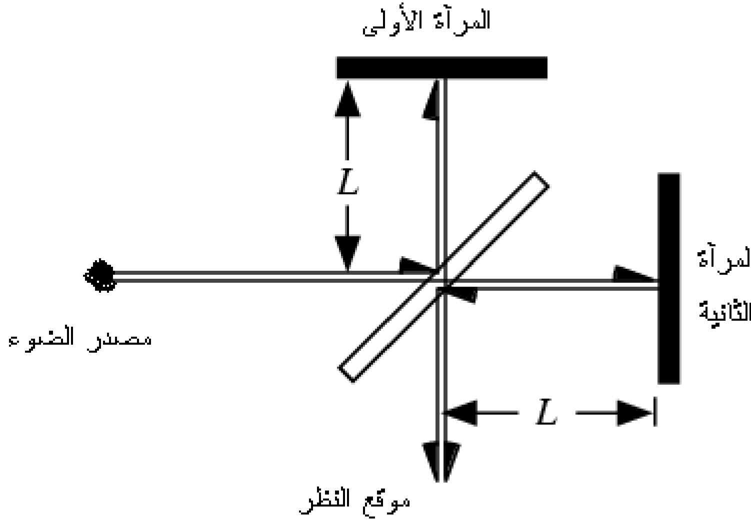
وبموجب هذه العلاقة، ونظراً لأن سرعة الضوء عالية جداً فإن أي وسط مفترض لنقل الموجة الكهرمغناطيسية علاوة على كونه يملأْ الكون مكانياً فإنه يجب أن يكون ذي مرونة عالية جداً وكثافة قليلة جداً، وهذه خواص غريبة تكاد تكون متناقضة. رغم ذلك فقد تشبث بعض الباحثين بفرضية وجود مثل هذا الوسط وأسموه الأثير Aether لأنه ينقذهم من معضلة اختفاء المكان المطلق إذ سيقوم هذا الوسط نفسه بدور الوسط الكوني المطلق، وعنئذ يمكن الخروج ربما من ورطة

غياب الزمان المطلق من خلال افتراض وجود الزمن الكوني المطلق إلى جانب المكان المطلق.

تجربة مايكلسن ومورلي

وهنا برز سؤال مهم: إذا كان هذا الوسط الافتراضي موجوداً أفليس بالامكان قياس سرعة حركة الأرض في مدارها حول الشمس نسبة إليه؟

للإجابة على هذا السؤال قام كل من ألبرت مايكلسن و إدوارد ومورلي بتصميم تجربة بصرية يتم بموجبها قياس سرعة الأرض بالنسبة الأثير. وذلك كما يلي:



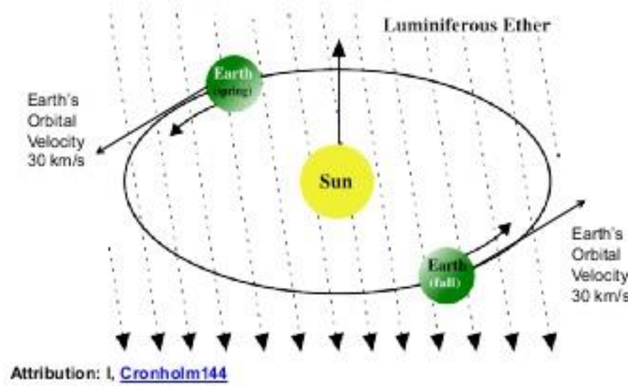
الشكل (1−3) تجربة مايكلسن ومورلي

ينطلق شعاع ضوئي على منضدة مستوية فيمر عبر لوح زجاجي نصف شفاف لينعكس شطر منه عن اللوح إلى مرآة M_1 فيما يمر الشطر الآخر من الشعاع عبر اللوح نصف الشفاف إلى المرآة الثانية M_2 وكلا الشعاعين ينعكس عن المرآتين M_1 و M_2 ليعودا عبر اللوح نصف الشفاف ويلتقيا في موقع النظر كما مبين في الشكل (1−3). وعندها يمكن أن يحصل تراكب بصري للشعاعين أي تداخل

بصري Optical Interference. مثل هذا التداخل البصري يمكن أن يحصل إذا ما وجد فرق في الطور بين الشعاعين المتعامدين فتظهر أهداب تداخل Interference Fringes عند النظر الى ملتقى الشعاعين. لقد كان من المتوقع أن تظهر أهداب تداخل إذا ما كان الأثير موجودا نظرا لأن حركة الأرض في الأثير تولد إعاقة في مسار الشعاع الضوئي الأفقي المنعكس عن المرآة *M2* تختلف عن الإعاقة التي تتولد للشعاع العمودي المنعكس عن المرآة *M1*. ويمكن قياس سرعة الأرض بالنسبة للأثير إذا ما تم تدوير منضدة التجربة كلها بمقدار 90 درجة حتى تصبح المرآة *M1* محل المرآة *M2* ويتم قياس مقدار الازاحة الحاصلة في أهداب التداخل، ومن خلال عدد الأهداب المزاحة يمكن معرفة سرعة الأرض بالنسبة إلى الأثير.

ماذا كانت النتيجة؟

طوال سنوات عديدة من الجهد وتكرار التجربة على مدى أكثر من عشر سنوات لم يلاحظ مايكلسن ومورلي أية إزاحة في أهداب التداخل كلما أداروا منضدة التجربة، مما خيب الآمال بوجود الأثير. لكن تفسيرات عديدة قدمت لهذه النتيجة السلبية منها أن الأرض تسحب الأثير معها كما تسحب الغلاف الجوي فيبدو لها ساكنا على الدوام. لكن هذا التفسير لم يكن مقنعاً لأن الأثير الافتراضي يملأ الكون كله وليس فضاء الأرض حسب. وكان التفسير الآخر يقول أن سرعة الأرض بالنسبة للأثير تبدو صفراً ربما لأن سرعته هي بالضبط 30 كيلومترا في الساعة وقد توافقت حركته مع حركة الأرض في مدارها حول الشمس والتي سرعتها هي أيضاً 30 كيلومتراً في الساعة. لذلك عمد الباحثان إلى الانتظار 6 أشهر ليقوموا بالتجربة والأرض في الاتجاه المعاكس، لكن النتيجة لم تتغير!



الشكل(1−4) محاولة فاشلة لتفسير تجربة مايكلسن ومورلي

التفسير شبه المقنع الوحيد جاء من لورنتز وفيتزجيرالد، فقد لاحظ هذان الباحثان أن اتخاذ شعاع الضوء في تجربة مايكلسن ومورلي مرجعاً يمكننا من احتساب مقدار انكماش المسافة على الاتجاه الأفقي لحركة الشعاع والتي تتحرك موازية لحركة الأرض في مداره حول الشمس. وقاموا بحساب مقدار الانكماش من تحويلات لورنتز وبحسب المعادلة (1−16)، كما بينت في بند سابق، فوجدوا أن الفرق المتوقع في طور الموجة الضوئية على المسارين الأفقي والعمودي سوف ينعدم بسبب انكماش الطول، وهذا ما يمكن أن يكون تفسيراً مقبولاً لنتائج التجربة.

تحويلات لورنتز LorentzTransformations

إن من يتأمل الصياغة الرياضية لقوانين ماكسويل المدرجة في المعادلات (1−12) ليجد أنها توحي بتداخل الزمان والمكان معاً. وقد وجد الفيزيائي الدنيماركي أنطون هندريك لورنتز أن معادلات ماكسويل لا تبقى محافظة على صيغتها تحت تحويلات غاليليو بل تبقى محافظة على صيغتها تحت تحويلات جديدة يتداخل فيها الزمان مع المكان فعلاً وهذه التحويلات في بعد مكاني واحد هي

$$x' = \frac{x - \mathrm{v}t}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - x\mathrm{v}/c^2}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}}$$

(15-1)

حيث أن فيها تمثل v السرعة النسبية بين منظومتين قصوريتين S و S'وإن c هي سرعة الضوء في الفراغ وتبلغ 3×10^8 m/s. سميت هذه العلاقات تحويلات لورنتز Lorentz Transformations.

مضامين تحويلات لورنتز

لجديد في هذه التحويلات أن الزمان والمكان متداخلين تداخلاً تاماً بحيث يؤدي التغير في المكان إلى اختلاف في قياس الزمن. لكن لاحظ أننا برغم وصولنا إلى هذه النتيجة المهة فلازلنا غير واضحين بشأن سرعة الضوء. إذ ما هذا المقدار cالذي يعبر عن سرعة الضوء في الفراغ ويدخل تحويلات لورنتز؟ هل هو مقدار ثابت أم أنه متغير؟يعني هل يعتمد على الحالة الحركية للمشاهد؟

لقد كان من المتعارف عليه في أوساط الفيزيائيين في القرن التاسع عشر أن سرعة الضوء مثلها مثل أي سرعة أخرى تعتمد على السرعة النسبية للمشاهد ولشعاع الضوء. لذلك السبب وعلى هذا الأساس أصلاً تم إجراء تجربة مايكلسن ومورلي. فلم يكن القصد أن تقيس تجربة ما يكلسن ومورلي مثلاً مقدار تأثر الضوء بالأثير من الناحية الديناميكية بل من الناحية الحركية (الكاينماتيكية) فقط. كان هذا هو الإعتقاد السائد. لذلك مثلت تحويلات لورنتز مشكلة أما الفيزيائيين. فهذه التحويلات غير قابلة للإستعمال لأننا لا نعرف ماذا نعوض عن c فيها أي سرعة ستكون c إذا كانت معتمدة أصلا على الحالة الحركية للمشاهد أو المصدر؟ وهكذا مثلت تحويلات لورنتز معضلة للفيزيائيين أول الأمر ولم تُعرف قيمتها الحقيقية إلا بعد أن صرح ألبرت أينشتاين بنظرية النسبية الخاصة. لكن من الواضح أن تحويلات لورنتز في المعادلات (1–15) تؤول إلى تحويلات غاليليو عندما تكون

السرعة النسبية v صغيرة جداً قياساً إلى سرعة الضوء في الفراغ. لهذا السبب يمكن القول دون شك أن تحويلات لورنتز هي أكثر عمومية من تحويلات غاليليو. وهذا ما يجعلنا أمام تحدٍ جديد يتمثل بضرورة أن نعيد صياغة قوانين نيوتن لكي تفي هذه القوانين بمتطلبات تحويلات لورنتز. وهذا بالضبط ما فعله أينشتاين.

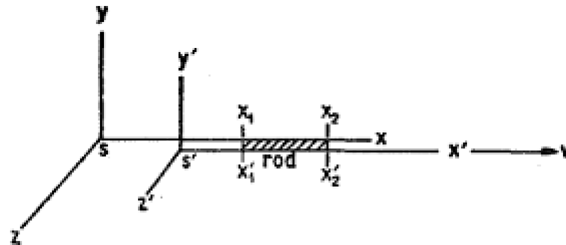
من النتائج المباشرة لتحويلات لورنتز انكماش الطول Length Contractionفلو افترضنا وجود مسطرة طولها $L_0 = x_2' - x_1'$ في المنظومة الاحداثية S' فإن طول هذه المسطرة منظوراً اليها من المنظومةS سوف يكون $L = x_2 - x_1$ والآن باستخدام المعادلة الأولى في (1−15) واعتماد أن الزمن ثابت في كل إطار مرجعي نجد أن:

$$x_2' - x_1' = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

ولما كانت المسطرة في المرجع المتحرك ساكنة وهي بالنسبة للمرجع الساكن متحركة وجب أن يكون $x_2' - x_1' = L_0$ ويكون $L = x_2 - x_1$

$$L = L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \qquad (16\text{-}1)$$

وهذا يعني أن الأجسام تعاني انكماشاً في طولها. وقد سمي هذا الانكماش في الطول إنكماش لورنتز− فيتزجيرالد Lorenz-Fitzgerald Contraction.



نظرية النسبية الخاصة

في معمعة الأحداث المربكة التي تولدت عن النتيجة السلبية لتجربة ألبرت مايكلسن وروبرت مورلي، وما طرحه الباحثون الكبار من أمثال لورنتز وفيتزجيرالد وبوانكاريه وغيرهم، قام ألبرت آينشتاين الموظف البسيط في مكتب تسجيل براءات الاختراع بمدينة (برن) بسويسرا بنشر بحث عنوانه On the Electrodynamics of Moving Bodies طرح فيه أفكاراً بدت جريئة وجديدة. فقد طرح هذا الباحث المجهول، الذي لم تكن لديه أية مساهمات علمية سابقة معروفة في أوساط الفيزيائيين، أفكاراً جديدة بخصوص الزمان والمكان والحركة تستقي مفرداتها مما هو موضوع على منضدة البحث والمناقشة في المحافل العلمية الكبيرة وقتها. لكن النتائج التي توصل اليها الباحث تبدو غريبة إلى الحد الذي يجعلها صعبة القبول من قبل الوسط العلمي المهيمن على البحث العلمي. لذلك فلم يكن يسيراً على آينشتاين نفسه أن يقنع محرري المجلات العلمية والمحكمين العلميين بنشر أبحاثه أصلاً، وقد عاني من ذلك كثيراً.

فرضيات النسبية الخاصة Special Relativity Postulates

عند بناء أية نظرية علمية جديدة نحتاج إلى إقرار بعض الفرضيات. وهذه تشمل تلك المقولات التي لا نستطيع إثباتها بكل مباشر. وقد وجد أينشتاين أنه بحاجة إلى فرضيتين أساسيتين يبدأ منهما مشروعه في النسبية الخاصة

الفرضية الأولى: إن قوانين الفيزياء ينبغي أن تتخذ نفس الصيغة في جميع المراجع القصورية

الفرضية الثانية: إن سرعة الضوء في الفراغ كمية ثابتة لا تعتمد على الحالة الحركية للمشاهد و المصدر.

إن دافع الفرضية الأولى هو أن قوانين الفيزياء يجب أن تكون نفسها نافذة في جميع المراجع القصورية وإلا أصبح لكل نقطة في الفضاء قوانينها المختلفة وهذا غير عملي وبالتالي غير مقبول.

أما دافع الفرضية الثانية فهو أن سرعة الضوء في الفراغ تعتمد على الثوابت الأساسية للفراغ التي تحدد انتقال الموجة الكهرمغناطيسية فيه وهي ε_0, μ_0 وكما في المعادلة (1−14). بالتالي فإن هذه الفرضية تكاد تكون بديهية. لكن السبب في تأكيدها هو حيرة لورنتز مع سرعة الضوء التي في قوانينه وامكان اعتمادها على الحالة الحركية للمشاهد والمصدر. فهنا قطع أينشتاين القول بأن سرعة الضوء التي في قوانين لورنتز هي سرعته في الفراغ وهي ثابت كوني. لذلك صفق لورنتز لأينشتاين تصفيقا حاراً في مؤتمر سولفي Solvay Conference عام 1909 رغم أن بعض الناس كان (وغيرهم ما يزال) يظن أنه إنما سرق قوانين لورنتز.

المسافة الزمكانية Space-Time Interval

نظر آينشتاين المجال الكهرومغناطيسي وتحويلاته الزمانية والمكانية ولاحظ اختلاف التحويلات التي يخضع لها هذا المجال، وهي تحويلات لورنتز، عن التحويلات التي تخضع لها قوانين نيوتن، وهي تحويلات غاليليو. وعرف أن تحويلات لورنتز هي الأصح. وكان عليه أن يوفق بين هذه التحويلات وقوانين نيوتن في الحركة وكان هذا هو التحدي الكبير الذي وقف أينشتاين أمامه وواجهه بجدارة وعبقرية تاريخية.

وضع أينشتاين أمامه أعمال أولئك الفيزيائيين الذين اشتغلوا في ظواهر انتقال الضوء وتفاعل الضوء مع المادة وأهمها أعمال لورنتز، فخرج بتعميم كبير يقول: إن الزمان والمكان هما كينونة واحدة يمكن أن نسميها الزمكان، وإن المجال الكهرمغناطيسي أي الضوء ينتقل في الفضاء دونما حاجة الى وسط ناقل بحكم

كونه هو وسطاً وبسرعة ثابتة لا تعتمد على الحالة الحركية للمشاهد والمصدر. بهذا القول حسم أينشتاين كثيراً من المشاكل الوهمية التي كانت تدور في رأس لورنتز والتي صرفت انتباهه عن المضامين المهمة لقوانين التحويلات التي اكتشفها هو. وكان مما انتبه اليه ألبرت أينشتاين أن الكمية الأساسية المنحفظة في تحويلات لورنتز بين مرجعيين قصوريين هي ما سماه **الفترة الزمكانية** Space-time Interval وهذه الكمية هي

$$(\Delta S)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 - c^2(\Delta t)^2 \qquad (18\text{-}1)$$

من الواضح أن الفترة الزمكانية تتضمن جزئين الأول مكاني وهو المسافة المكانية بين نقطتين والآخر زماني وهو الفترة الزمانية اللازمة لكي يقطع الضوء تلك المسافة المكانية بين النقطتين مضروبة في سرعة الضوء. حصيلة الفترة الزمكانية هو الفرق بين هاتين الكميتين.

الفضاء (أو العالم) في منظور أينشتاين يتألف من أربعة أبعاد ثلاثة منها مكانية والبعد الرابع هو الزمان. وهذه الأبعاد عنده متداخلة مع بعضها ولا يمكن فصل الزمان عن المكان فصلاً تاماً. ويمكن ترميز أبعاد الزمان والمكان بالصيغة التالية

$$x = x_1,\ y = x_2,\ z = x_3,\ ict = x_4$$

لذلك يمكن أن نكتب مربع الفترة الزمكانية بالصيغة التالية

$$(\Delta S)^2 = \sum_{i=1}^{4} (\Delta x_i)^2$$

إن إنحفاظ الفترة الزمكانية يعني أن تكون

$$(\Delta x')^2 + (\Delta y')^2 + (\Delta z')^2 - c^2(\Delta t')^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2 - c^2(\Delta t)^2$$

أي أن

$$(\Delta S')^2 = (\Delta S)^2 \qquad (19\text{-}1)$$

واجب: أثبت العلاقة أعلاه بالتعويض المباشر في تحويلات لورنتز.

قوانين النسبية الخاصة

استثمر ألبرت أينشتاين تحويلات لورنتز استثماراً ممتازاً إذ وظفها خير توظيف في استنباط معلومات جديدة. فالمسألة كما وجدها أينشتاين هي كيف ينظر المشاهدين الذين هم في حالات حركية مختلفة إلى أمكنة وأزمنة بعضهم البعض الآخر وكيف لهم أن يحكموا على أزمنة وأمكنة الحوادث event التي تقع في أمكنة مختلفة وأزمنة مختلفة. من الضروري الانتباه إلى أن نظرية النسبية الخاصة تعالج المنظومات التي تتحرك بسرع ثابتة ولا تتعامل مع أية منظومة متحركة تحت تأثير قوة خارجية.

تباطوء الزمن Time Dilation

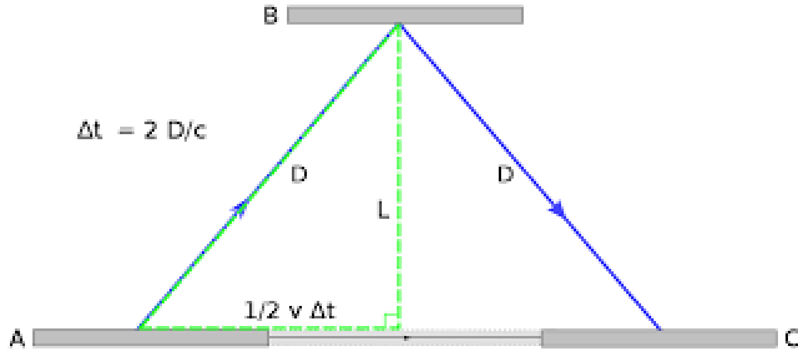
وكان أول ما انتبه اليه أينشتاين أن إنحفاظ المسافة الزمكانية في المعادلة (1−19) ينبغي أن يُفضي إلى تطاول الفترة الزمانية إذا كانت المسافة المكانية (الطول) ستنكمش. ولما كان إنكماش المسافة المكانية واقعا واضحاً بالاشتقاق فإن تمدد أو تباطؤ أو إستطالة الفترة الزمانية تكون عندئذٍ واجبة.

يمكن إثبات قانون تباطؤ الزمن بطرق مختلفة. ومن أوضح هذه الطرق إفتراض مرجع متحرك كعربة قطار مثلاً تسير بسرعة v بالنسبة إلى رصيف المحطة وبداخلها شخص يعمل تجربة داخل العربة. نفترض وجود مصباح ضوئي وسط أرضية العربة ولنفترض وجود مرآة في سقف العربة تعكس شعاع الضوء الساقط عليها كما مبين في الشكل (1−5). ليكن الزمن اللازم لومضة الضوء لكي تصل السقف ثم تعود هو t_0 بالنسبة إلى المشاهد الذي في العربة. ما هو الزمن اللازم لومضة الضوء كي تنطلق من المصباح إلى السقف ثم تعود إلى أرضية العربة بالنسبة لمشاهد يقف على الرصيف؟

الجواب: إن المشاهد الذي هو في عربة القطار نفسها سيرى ومضة الضوء ترتفع بخط مستقيم من أرضية العربة إلى السقف ثم تنعكس إلى الأرضية ثانية. المسافة التي تقطعها الومضة هي 2L ولذا فإن:

$$\Delta t_0 = \frac{2L}{c} \qquad (1-20)$$

وإن المشاهد الذي يقف على الرصيف سيرى شعاع الضوء متحركا بمسار يشكل مثلثا متساوي الساقين ضلعيه المتساويين هما خط الاشارة الضوئية الصاعدة والاشارة النازلة. والضلع الثالث هو أرضية القطار نفسها.



الشكل (1−5) إثبات تباطؤ الزمن

لذا فالمسافة التي يقطعها الضوء كما يراها المشاهد هي2D حيث أن

$$D = \sqrt{L^2 + (v\Delta t/2)^2}$$

ولكن الزمن اللازم لقطع المسافة D هو

$$\Delta t = \frac{2D}{c}$$

لذا فإن

$$\Delta t = \frac{2}{c}\sqrt{(\Delta t_0 c/2)^2 + (v\Delta t/2)^2}$$

أي أن

$$\Delta t^2 = \Delta t_0{}^2 + \frac{\mathrm{v}^2}{c^2}\Delta t^2$$

وهذا يعني أن

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}} \qquad (21\text{-}1)$$

وهذا هو قانون تباطوء الزمن الذي اشتقه أينشتاين.

تطبيق على تباطؤ الزمن

انحلال ميزونات ميو: Decay of μ -meason

ميزونات μ هي جسيمات اثقل من الألكترون بحوالي 240 مرة. تتولد في أعالي الجو بتأثير تصادم الأشعة الكونية مع جزيئات الغلاف الجوي. وتتحلل هذه الميزونات مختبرياً إلى جسيمات أخف منها سريعا في زمن لا يتجاوز $\Delta t = 2.2\mu s$. وقد تم اكتشاف هذه الميزونات قرب سطح الأرض، ولما كانت سرعتها تبلغ قريبا من سرعة الضوء، في الحقيقة $\mathrm{v} = 0.995c$ فقد توقع العلماء أن تكون هذه الميزونات قد تولدت على ارتفاع يبلغ:

$$\begin{aligned} D &= 2.2\times10^{-6}\times0.995\times3\times10^{8} \\ &= 660\ meter \end{aligned} \qquad (22\text{-}1)$$

وقد ارسل الباحثون بالونات تحمل كواشف تبحث عن هذه الميزونات فوجدوها متوفرة أيضاً على ارتفاعات أكثر بكثير من الرقم السابق، فقد وجدوها على ارتفاعات تزيد عن 6 كيلومترات. وبموجب عمرها وسرعتها فإننا لا ينبغي أن نجدها إذن قرب سطح الأرض إذا كانت قد تولدت على تلك الارتفاعات! مما يعني أن هنالك معضلة ينبغي حلها. وقد تم حل هذه المعضلة عند الانتباه إلى امكانية تباطؤ الزمن. ففي الوقت الذي تعيش الميزونات زمناً قدره $\Delta t = 2.2\mu s$ وهي ساكنة في المختبر فإنها تعيش زمنا أطول وهي متحركة وهذا الزمن هو

$$\Delta t = \frac{2.2\times10^{-6}}{\sqrt{1-(0.995)^2}} \approx 2.2\times10^{-5}\, s$$

وبالتالي فإن المسافة التي تقطعها هذه الميزونات ستكون:

$$D = 2.2\times10^{-5}\times0.995\times3\times10^{8} = 6575\, meters \qquad (23\text{-}1)$$

وبهذا أمكن تفسير لماذا تصل هذه الميزونات إلى الأرض.

قانون جمع السرعات VelocityAddition

لاحظ آينشتاين أن بالإمكان اشتقاق قانون لجمع السرعات النسبية من تحويلات لورنتز. وذلك كما يلي: من المعادلتين الأولى والأخيرة في $(1-15)$ نحصل على

$$dx' = \frac{dx - \text{v}dt}{\sqrt{1-\frac{\text{v}^2}{c^2}}}, \quad dt' = \frac{dt - \text{v}dx/c^2}{\sqrt{1-\frac{\text{v}^2}{c^2}}}$$

بقسمة هاتين المعادلتين على بعضهما نحصل على

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{dx - \text{vdt}}{dt - \text{vdx}/c^2}$$

وباخراج dt من المقام نحصل على قانون جمع السرعات في نظرية النسبية الخاصة:

$$u' = \frac{u - \text{v}}{1 - u\text{v}/c^2} \qquad (24\text{-}1)$$

حيث أن $u' = \frac{dx'}{dt'}$ هي سرعة الجسم في المرجع المتحرك وإن $u = \frac{dx}{dt}$ هي سرعة الجسم في المرجع الساكن او الثابت. وإن v هي السرعة النسبية بين المرجعين.

ولو كانت حركة الإطارين المرجعين متعاكسة لوجدنا أن القانون يصبح:

$$u' = \frac{u + \text{v}}{1 + u\text{v}/c^2} \qquad (25\text{-}1)$$

واجب بيتي: إحسب السرعة النسبية لجسيم ينطلق من نواة ذرة بسرعة $0.995c$ في طبقات الجو العليا مرصوداً من شباك مركبة فضائية تسير بعكس الاتجاه بسرعة قدرها $0.75c$. قارن النتيجة مع ما تحصل عليه من تطبيق تحويلات غاليليو.

واجب ثاني: برهن ان شعاعين متعاكسين للضوء يرى كل منهما الآخر يسير بسرعة الضوء.

واجب ثالث: برهن ان شعاعين منطلقين للضوء باتجاه واحد يرى كل منهما الآخر يسير بسرعة الضوء. أي لو افترضنا مشاهدين يسير كل منهما بسرعة الضوء بالنسبة للأرض فإن كلاهما سيرى الأخر يسير بسرعة الضوء!!

التزامن Simultaneity

يرى كثير من المؤلفين أن المساهمة الجوهرية لأينشتاين كانت في مفهوم التزامن Simultaneity، فقد تساءل أينشتاين عن معنى الزمن في نقطتين في المكان. دعنا ننظر إلى العلاقة الرابعة في تحويلات لورنتز: فلو فرضنا أن الزمن في المرجع الساكن كان صفراً أي كانت $t = 0$ فإن

$$t' = \frac{-x\mathrm{v}/c^2}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}} \tag{26-1}$$

دعنا من الاشارة السالبة فإنها لا تعني أكثر من كونها تعبير عن لحظة "القبل". لكن أنظر فما لم تكن $x = 0$ عند اللحظة $t = 0$ فإن التزامن سيكون مفقوداً بين أي نقطتين في المكان. لأن $t = 0$ لايشترط بالضرورة أن تكون $t' = 0$ حتى لوكانت المنظومتان ساكنتين.

من جانب آخر فإن الحديث عن وجود تزامن بين أي نقطتين في الفضاء مثل A و B يعني أن $t_A = t_B$ ولكن التزامن بين هاتين النقطتين يقتضي وجود وصل بينها وإلا كيف عرفت إحداهما أن الثانية متزامنة معها؟ ولما كانت سرعة الضوء هي أعلى سرعة يمكن الاعتماد عليها في تحقيق مثل هذا الوصل بين النقطتين وجب القول بوجود إشارة تنطلق من A عند زمن t_A لتصل إلى B عند زمن t_B ثم تعود إلى A عند زمن t'_A. ونظرا لآن سرعة الضوء واحدة في جميع الاتجاهات فإن الزمن اللازم لذهاب الاشارة يساوي زمن إيابها أي أن

$$t_B - t_A = t'_A - t_B$$

وإذا كانت المسافة بين النقطتين هي L_{AB} فإن بالامكان تعريف الفترة الزمنية $\Delta t = t'_A - t_A$ بالعلاقة

$$\Delta t = \frac{2L_{AB}}{c} \qquad (27\text{-}1)$$

وكان آينشتين قد وضع هذه العلاقة بالصيغة التالية

$$\frac{2L_{AB}}{\Delta t} = c \qquad (28\text{-}1)$$

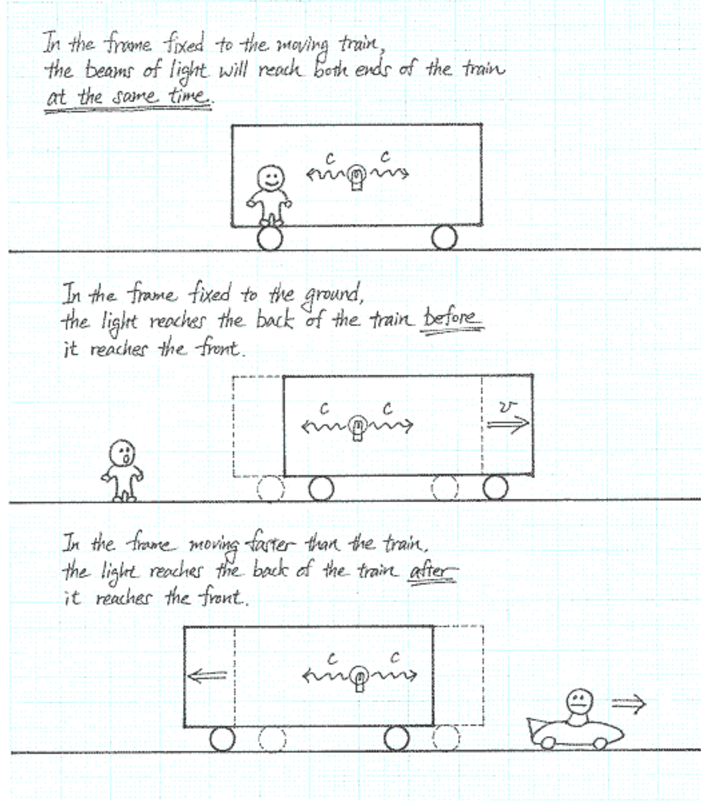
قائلاً أن c هو ثابت كوني ويساوي سرعة الضوء في الفراغ بالضبط.

من هذا التصور البسيط استنتج آينشتين مبدأ التزامن بين أي نقطتين ساكنتين بالنسبة لبعضهما ومتباعدتين في المكان. في هذا الفهم يكون التزامن بين أي نقطتين في الكون في الحالة السكونية ممكناً فقط لغاية $\Delta t = \frac{D}{c}$ حيث أن D هي المسافة بين النقطتين. وبموجب هذا لا يمكن القول مثلاً بوجود تزامن بين حدثين (انفجارين) يقعان في مجرتين متباعدتين إلا أن يكون المشاهد يقع في منتصف المسافة بينهما بالضبط. وحين ننظر إلى أعماق الكون بأعيننا أو بالتلسكوبات فنحن لا نرى أجرامه على حقيقتها آنياً بل نراها كما كانت في زمن سابق يساوي مقدار بعدها عنا مقسوماً على سرعة الضوء.

أما بالنسبة إلى الحالة الحركية فإن مفهوم التزامن يتخذ شكلاً آخر. فلو فرضنا وجود عربة قطار تتحرك بسرعة v بالنسبة إلى الرصيف وكان هنالك في وسط هذه العربة عند النقطة C مصباح يضيء فجأة فيندفع شعاعين من الضوء إلى جهتي العربة. لنرمز إلى مقدمة العربة بالحرف A والى مؤخرتها بالحرف B. والآن كيف يرى المشاهدون الذين هم في حالات حركية مختلفة إشارات الضوء؟ لنأخذ ثلاثة مشاهدين: الأول فيالعربة نفسها، والثاني يقف عند الرصيف، والثالث يسير بسيارة في نفس اتجاه حركة القطار بسرعة أكبر من سرعة القطار.

من الواضح أن المشاهد الراكب في العربة التي فيها المصباح سيرى أن شعاع الضوء المتجه إلى المقدمة يصلها في نفس الوقت الذي يصل فيه شعاع الضوء إلى المؤخرة. أي أن الحدثين متزامنين.

لكن المشاهد الذي على الرصيف سيرى أن شعاع الضوء يصل المؤخرة قبل وصوله إلى المقدمة وذلك لأن المقدمة تتحرك مبتعدة بينما تتحرك المؤخرة مقتربة. أما المشاهد الذي يقود السيارة بسرعة أكبر من سرعة القطار فإنه سيرى شعاع الضوء يصل إلى المقدمة قبل وصوله إلى المؤخرة. إذن لدينا اختلاف واضح في تقدير حالة التزامن للحدث نفسه من مشاهد إلى آخر. هذا ما يؤكد أن التزامن هو حالة نسبوية



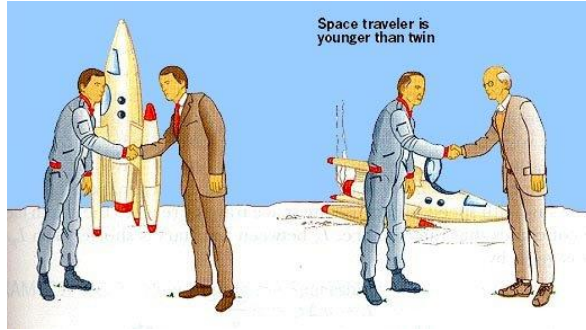
الشكل(1−6) التزامن بين حدثين بالنسبة إلى مشاهدين مختلفين.

لاحظ أننا في هذا التصور إنما نقرر ضمنياً أن الضوء يتحرك في الفضاء على مساراتمستقلة عن حركة مسار حركة المصدر او المشاهد. هذه المسارات تسمى عادة معارج زمكانية spacetime geodesics. وفي الفضاء الخالي من الجاذبية تكون هذه المعارج خطوطاً مستقيمة. والحق أن هذا المفهوم يتوضح لاحقاً في نظرية النسبية العامة.

معضلة التوائم Twins Paradox

تعتبر معضلة التوائم من أهم المسائل التي أثارتها نظرية النسبية الخاصة. وتتلخص المعضلة بافتراض أخوين توأم يسافر أحدهما في رحلة فضائية إلى مكان

بعيد بسرعة كبيرة بينما يبقى الثاني على الأرض. وبالنظر لوجود تباطؤ في الزمن فإن الزمن عند الأخ المسافر (كما يراه أخوه على الأرض) سيمضي بطيئاً بحيث تمضي سنين أقل عدداً على الأخ المسافر بينما تمضي سنين أكثر على الأخ الذي بقي على الأرض. وحين يعود الأخ المسافر فإنه سيجد أخوه الذي بقي على الأرض أكبرعمراً منه. هذه هي معضلة التوائم كما تقدمها بعض كتب نظرية النسبية.



الشكل (1-7) معضلة التوائم

إلا أن البعض يعترض على ذلك بالقول أن حساب الزمن متناظر بين الأخوين ففي الوقت الذي يرى فيه الأخ الباقي على الأرض زمن أخيه المسافر متباطئاً فإن الأخ المسافر بدوره سيرى زمن أخيه الماكث على الأرض يمضي بطيئاً أيضاً بنفس المعدل وذلك بموجب معادلة تباطؤ الزمن (1-21). وهذا واضح من خلال تناظر تحويلات لورنتز. ولذا يقول هذا البعض أنه لا وجود لمعضلة توائم في نظرية النسبية الخاصة. إلا أن المؤيدين لفكرة وجود المعضلة يحتجون عليهم بالقول أن عودة الأخ المسافر سوف تقتضي تغيير اتجاهه في الحركة مما سيعني تحوله من إطار مرجعي قصوري إلى إطار مرجعي غير قصوري أثناء تغيير اتجاه الحركة وهذا الذي سيجعله متميزاً عن أخيه الماكث على الأرض والذي هو في إطار مرجعي قصوري على الدوام. ولكن هذا الإدعاء غير صحيح فالأرض حقيقةً

هي ليست إطار مرجعي قصوري تماماً لأنها تتحرك في مدار حول الشمس وهذا ما يجعلها تتسارع مركزياً بمعنى أنها ليست قصورية بالمطلق. وفي كل الأحوال فإنني أرى أن تباطؤ الزمن في نظرية النسبية الخاصة لا يؤدي الى معضلة توائم حقيقية لأن تباطؤ الزمن في النسبية الخاصة متناظر. أما في النسبية العامة فالأمر مختلف، حين يكون هنالك تباطؤ زمن حقيقي غير متناظر للمشاهدين الموجودين في مواقع مختلفة في شدة مجالها الجاذبي مما يجعل الزمن يمضي بمعدلات مختلفة بحسب شدة المجال الجاذبي.

تحتم نظرية النسبية الخاصة تغيير قوانين الميكانيك الكلاسيكي النيوتنية، فالثوابت النيوتنية هي غير الثوابت الجديدة التي تقررها نظرية النسبية الخاصة، وباختصار يمكن القول أن نظرية النسبية تعيد تأسيس الميكانيك النيوتني مجدداً وفق صيغ جديدة. وسنقدم في هذا الفصل أهم الصياغات التي جاءت بها نظرية النسبية للميكانيك الجديد وعلم الحركة. ومن الجدير بالملاحظة دائماً أن قوانين الميكانيك النسبوي الجديد تؤول بالضرورة إلى القوانين التي صيغت بموجب ميكانيك نيوتن نفسها في حالة كون السرعات قليلة وأقل كثيراً من سرعة الضوء.

الزمن الصحيح *Proper-time*

نظرا لاختلاف قياس الزمن الإحداثي Δt بحسب المرجع الذي يقاس منه فإن من الضروري تعريف زمن قياسي يكون صحيحا بالنسبة إلى جميع المراجع الحركية القصورية أياً كانت سرعتها. وقد سمي هذا الزمن الصحيح *propertime* يسمى هذا أيضاً زمن الساعة اليدوية *wristwatchtime* لأنه الزمن الذي يجده كل مشاهد في مرجعه الذي هو فيه أي يمكن القول إنه هو الزمن المحلي *localtime* وإن كانت هذه التسمية غير متداولة كثيراً.

يعرف الزمن الصحيح $\Delta\tau$ بدلالة الفترة الزمكانية ΔS بموجب العلاقة $\Delta S = ic\Delta\tau$ أي:

$$(\Delta\tau)^2 = \ -\frac{(\Delta S)^2}{c^2} \qquad (29\text{-}1)$$

ومن العلاقة $(18-1)$ نجد أن

$$(\Delta\tau)^2 = \frac{1}{c^2}\left[c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2\right] \qquad (30\text{-}1)$$

وهذه الكمية $\Delta\tau$ هي التي ينبغي استعمالها بدل الفترة الزمنية Δt في المعادلات الفيزيائية التي تعبر عن تغير في الزمن. ونلاحظ أن هذه الكمية $\Delta\tau$ لاتعتمد على الحالة الحركية للمرجع، وعلاقتها مع زمن الاحداثيات Δt يمكننا استنتاجها بسهولة كما يلي

$$(\Delta\tau)^2 = \frac{1}{c^2}\left[c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2\right]$$

$$= (\Delta t)^2\left[1 - \left(\frac{\Delta x}{c\Delta t}\right)^2 - \left(\frac{\Delta y}{c\Delta t}\right)^2 - \left(\frac{\Delta z}{c\Delta t}\right)^2\right]$$

أي أن

$$\Delta\tau = \Delta t\sqrt{1 - \frac{\mathrm{v}^2}{c^2}} \qquad (31\text{-}1)$$

لاحظ أننا إذا استخدمنا هنا علاقة تباطؤ الزمن فإننا نحصل على $\Delta\tau = \Delta t_0$ بموجب هذا التعريف للزمن الصحيح proper-time يمكن لنا أن نُميّز بين ثلاثة أنواع من الفضاءات أو العوالم، وهذه هي:

العوالم شبه الزمانية *Time-like*: وهي التي يكون فيها مربعالفترة الزمكانية موجباً. أي إذا كانت

$$c^2(\Delta\tau)^2 = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2 > 0 \qquad (32\text{-}1)$$

فإننا نقول أن الفضاء سيكون شبه ـ زماني *time-like* وفيه تجري الأحداث طبقاً للسببية المعتادة أي يقع السبب ثم تكون النتيجة، حيث تكون السرع في هذا العالم أقل من سرعة الضوء. وهذا ما يمكن ايجاده مباشرة من العلاقة (1−32).

عوالم شبه مكانية:*Space-like*

أما إذا كانت

$$c^2(\Delta\tau)^2 = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2 < 0 \quad (33\text{-}1)$$

قيل أن الفضاء شبه ـ مكاني *space-like* وفيه تجري الأحداث لا سببياً. أي تقع النتيجة قبل السبب، حيث تكون السرع أكبر من سرعة الضوء. وهذا ما يمكن ايجاده مباشرة من العلاقة (1−33).

عوالم صفرية (شبه ضوئية):*Null-like*

أما إذا كانت

$$c^2(\Delta\tau)^2 = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2 = 0 \quad (34\text{-}1)$$

فيسمى هذا الفضاء صفرياً *null-like*. ويمثل هذا العالم مسار الضوء نفسه وأية أشعة كهرمغناطيسية في الزمكان، حيث تكون المسافة الزمكانية صفراً. يمكن تمثيل المعادلة (1−34) فعلياً بكرة ضوء تنطلق من مركز الاحداثيات المكانية حيث يمثل ct نصف قطر الكرة خلال زمن t وهذا هو أيضاً مجموع مربعات المسافات على الإحداثيات المكانية x وy وz. ومرة أخرى يمكننا أن نجد العلاقة بين الزمن الصحيح وزمن الإحداثيات من (1−34) حيث لدينا

$$(\Delta\tau)^2 = (\Delta t)^2\left[1 - \frac{(\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2}{c^2(\Delta t)^2}\right]$$

$$= (\Delta t)^2\left[1 - \frac{v^2}{c^2}\right]$$

أي أن

$$\Delta\tau = \Delta t\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

الميكانيك النسبوي Relativistic Mechanics

السرعة الرباعية

دعنا أولاً نعيد صياغة بعض المفاهيم. مثلاً يمكن التعبير عن السرعة الرباعية U_μ كمتجه رباعي بالطريقة التالية:

$$U_\mu = \frac{\Delta x_\mu}{\Delta\tau} = (U_1, U_2, U_3, U_4) \qquad (1\text{-}35)$$

وبصورة أوضح تكون مركبات السرعة الرباعية كما يلي:

$$U_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta\tau} = \frac{\Delta x / \Delta t}{\sqrt{1-\frac{1}{c^2}\left[\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)^2+\left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right)^2+\left(\frac{\Delta z}{\Delta t}\right)^2\right]}}$$

$$= \frac{v_x}{\sqrt{1-\frac{1}{c^2}(\mathrm{v}_x^2+\mathrm{v}_y^2+\mathrm{v}_z^2)}}$$

$$= \frac{\mathrm{v}_x}{\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c^2}} \qquad (36\text{-}1)$$

وبطريقة مماثلة يمكن ايجاد

$$U_2 = \frac{\mathrm{v}_y}{\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c^2}} \qquad (37\text{-}1)$$

$$U_3 = \frac{\mathrm{v}_z}{\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c^2}}$$

كذلك يمكن ايجاد المركبة الرابعة للسرعة

$$U_4 = \frac{\Delta x_4}{\Delta\tau} = \frac{ic\Delta t}{\Delta t\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}} = \frac{ic}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}} \qquad (38\text{-}1)$$

متجه الزخم الرباعي 4-Momentum

يُعرّف الزخم الرباعي بأنه

$$P_\mu = m_0 U_\mu = (m_0 U_1, m_0 U_2, m_0 U_3, m_0 U_4) \tag{39-1}$$

حيث أن m_0 هي كتلة السكون، أي الكتلة التي يقيسها المشاهد الذي يتحرك معها وتكون ساكنة بالنسبة له. وبموجب ذلك يكون

$$p_1 = m_0 U_1 = m_0 \frac{dx}{d\tau} = \gamma m_0 \frac{dx}{dt} = \gamma m_0 \mathrm{v}_x$$

$$p_2 = m_0 U_2 = m_0 \frac{dy}{d\tau} = \gamma m_0 \frac{dy}{dt} = \gamma m_0 \mathrm{v}_y$$

$$p_3 = m_0 U_3 = m_0 \frac{dz}{d\tau} = \gamma m_0 \frac{dz}{dt} = \gamma m_0 \mathrm{v}_z \tag{40-1}$$

حيث أن $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ وقد قمنا باستعمال العلاقة

$$d\tau = \frac{dt}{\gamma} \tag{41-1}$$

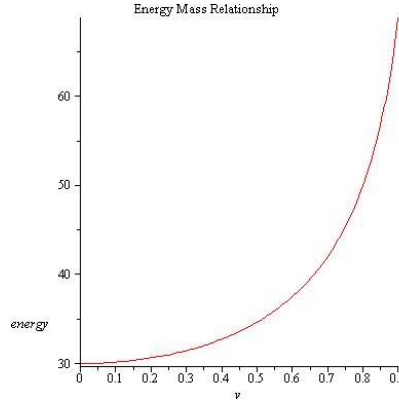
يقاس زخم الجسيمات عادة بوحدات kg.m/s لكن هنالك وحدات أخرى كثيرا ما يستعملها فيزيائيو الجسيمات الأولية ومن هذه الوحدات KeV/c و MeV/c وGeV/c ومن الواضح أن استخدام هذه الوحدات يكون أسهل في حالة الجسيمات النسبوية ذات السرع العالية إذ نحصل على الطاقة بضرب زخم الجسيم في c وبالتالي يصبح الرقم الذي للزخم النسبوي هو نفسه للطاقة مجرداً من c.

الكتلة النسبوية Relativistic Mass

نظراً لأن وبما أن السرعة تقاس فعلياً بدلالة السرعة الثلاثية فإن من الضروري تعريف الكتلة النسبوية *relativisticmass* بالعلاقة التالية

$$m = \gamma m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}} \tag{42-1}$$

ويتضح من هذا القانون أن كتلة أي جسم ليست كمية ثابتة كما هو عليه الحال في ميكانيك نيوتن، بل إن الكتلة تعتمد على الحالة الحركية للمشاهد، إذ تتزايد مع السرعة وتصبح لا نهائية عند بلوغ السرعة سرعة الضوء. وهذا هو السبب في عدم إمكانية تسريع أي جسم ذي كتلة سكونية إلى سرعة الضوء أبداً.



الشكل (1−8) منحنى تزايد الكتلة مع السرعة

وهكذا يكون

$$p_1 = m\mathrm{v}_x$$
$$p_2 = m\mathrm{v}_y \qquad (43\text{-}1)$$
$$p_3 = m\mathrm{v}_z$$

أما المركبة الرابعة (الزمنية) للزخم الرباعي فإنها ستكون:

$$P_4 = m_0 U_4 = m_0 \frac{ic}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}} = imc \qquad (44\text{-}1)$$

الطاقة والكتلة

من أين تأتي الزيادة في الكتلة التي نراها في المعادلة (1−42) هل هي زيادة في عدد الذرات التي يحويها الجسم، أم أن لها فهم آخر؟ دعنا نتحسس مصدر هذه الكتلة من خلال تصورها في حالة السرع البطيئة. لنأخذ المعادلة (1−42) في حالة تكون فيها $\mathrm{v}/c << 1$ عندها نجد أن

$$m = m_0\left(1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}\right)^{-1/2} \approx m_0\left(1+\frac{\mathrm{v}^2}{2c^2}+.....\right)$$

وهذا يعني أن

$$\Delta m = m - m_0 \approx \frac{1}{2}\frac{mv^2}{c^2} = \frac{\mathrm{K.E}}{c^2} \qquad (45\text{-}1)$$

من الواضح أن الزيادة في كتلة الجسم تأتي من الطاقة الحركية التي يكتسبها أثناء الحركة. ومن خلال التأمل في المعادلة (1−45) تمكن أينشتاين من القول أن هنالك علاقة تكافؤ بين الطاقة والكتلة بحيث تكون الطاقة مساوية للكتلة مضروبة في مربع سرعة الضوء. أي

$$E = mc^2 \qquad (46\text{-}1)$$

الطاقة الكلية للجسم Total Energy

من العلاقة (1−46) يمكننا أن نكتب

$$E^2 = \frac{m_0^2c^4}{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}$$

لكننا نعلم أيضاً أن

$$p^2c^2 = \frac{m_0^2\mathrm{v}^2c^2}{1-\mathrm{v}^2/c^2}$$

أي أن

$$E^2 - p^2c^2 = m_0^2c^4$$

لذلك تعطى الطاقة الكلية للجسم في نظرية النسبية الخاصة بالعلاقة التالية:

$$E = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4} \qquad (47\text{-}1)$$

حيث أن p هي القيمة العددية للزخم الثلاثي للجسم.

وإذا كانت كتلة السكون لجسيم صفراً (مثل الفوتون) فإن طاقته الكلية تكون عبارة عن طاقة حركته وهي:

$$E = pc \qquad (48\text{-}1)$$

أما الطاقة الحركية للجسم بصيغتها النسبوية الكاملة فإنها:

$$\text{K.E} = mc^2 - m_0c^2 \qquad (49\text{-}1)$$

ولكي ندرك تماماً مضمون هذه العلاقة دعنا نحسب الفرق بين الطاقة الكلية وطاقة كتلة السكون. لنكتب

$$K.E = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) m_0c^2 \qquad (50\text{-}1)$$

والآن لنفتح الجذر بافتراض أن $v << c$ عندها يكون:

$$K.E = \left(1 + \frac{1}{2}\frac{\text{v}^2}{c^2} + ... - 1 \right) m_0c^2$$

$$= \frac{1}{2} m_0\text{v}^2 + ... \qquad (51\text{-}1)$$

مما يعني أن الطاقة الحركية هي الفرق بين الطاقة الكلية للجسم وطاقة كتلة السكون، وبالتالي فإن الزيادة في الكتلة كما بيّنا قبل قليل تأتي من الطاقة الحركية التي يكتسبها الجسم في حالة الحركة. يتضح الآن أن تسريع جسيم ذي كتلة سكون إلى سرعة الضوء يتطلب طاقة لا نهائية.

وحدات الطاقة

تقاس الطاقة تقليديا بوحدات إرج و جول، لكن فيزيائيي الجسيمات الأولية يفضلون إستعمال وحدات أخرى منها الإلكترون فولت eV والكيلوإلكترون فولت KeV (ألف إلكترون فولت) والميجا إلكترون فولط MeV (مليون إلكترون فولت) والجيجا إلكترون فولط GeV (ألف مليون إلكترون فولت) والتيرا إلكترون فوط (مليون مليون إلكترون فولت). وعلى سبيل المثال فإن طاقة كتلة السكون لإلكترون هي بحدود نصف مليون إلكترون فولت (0.511 MeV) وإن طاقة كتلة السكون للبروتون أو النيوترون هي بحدود 1 GeV.

وللتذكير نقول أن الإلكترون فولت هو مقدار الطاقة اللازمة لنقل إلكترون بين نقطتين فرق الجهد بينهما واحد فولت ويساوي $1.6\times10^{-19}\,J$.

الطاقة النووية وتكنلوجيا تحول الكتلة الى طاقة

في عام 1939 تكللت أبحاث الفيزيائيين في ألمانيا والولايات المتحدة الأمريكية باكتشاف تقنية استثمار الطاقة النووية المختزنة في بواطن نوى الذرات. فالمعروف أن نوى الذرات تحتوي على بروتونات ذات شحنات موجبة ومن المعروف أيضاً أن هذه النوى في أغلبها مستقرة عادة. فكيف يمكن للبروتونات أن تتجاور بوجود تنافر كهربائي شديد بينها؟ لقد وجد الفيزيائيون أن هنالك قوى أخرى هي القوى النووية تربط مكونات النوى (البروتونات والنيوترونات) ببعضها. وقد تبين أن كتلة أي نواة هي أقل من كتلة مكوناتها مجتمعة. والفرق هو بالضبط طاقة الربط النووية nuclear binding energy. بالتالي فإن تشتيت مكونات نواة الذرة لابد أن يسفر عن تحرر طاقة الربط هذه. لذلك فكر الفيزيائيون في كيفية تشتيت مكونات نواة الذرة فوجدوا أن افضل طريقة لذلك هو إقلاق تلك المكونات المتوازنة عن طريق دس نيوترونات في تلك النوى تعمل على تهييج مكوناتها والإخلال بتوازنها باضعاف ترابطها. وهكذا يمكن لبعض مكونات النواة ان تغادرها فتنشطر النواة.

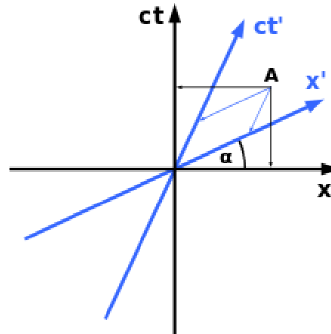
هذا ما يسمى الإنشطار النووي Nuclear Fusion حيث تنقسم النواة التي دخل عليها الدخيل الى نواتين صغيرتين وبضعة نيوترونات متشردة. أثناء ذلك تتحرر طاقة كبيرة هي طاقة الربط النووية.

كان أول استخدام للطاقة النووية عام 1945 في تدمير مدينتي هيروشيما وناكزاكي في اليابان أثناء الحرب العالمية حيث قتل مئات الآلاف من الناس في لحظات. وتستخدم الطاقة النووية حالياً في انتاج الطاقة الكهربائية على نطاق واسع.

اليوم تستغل الطاقة النووية في كثير من البلدان المتقدمة لتوليد الكهرباء حيث يتم إنشطار كمية قليلة من اليورانيوم المخصب لتوليد طاقة حرارية كبيرة جداً تستخدم في توربينات التوليد البخارية التي تنتج طاقة كهربائية رخيصة.

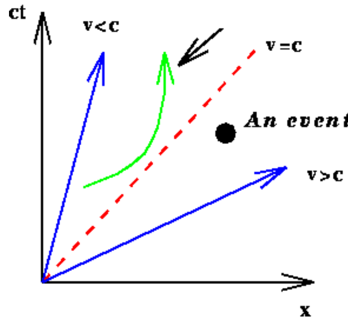
المخططات الزمكانية Spacetime Diagrams

المخططات الزمكانية هي رسومات تكون في بعدين عادةً، أحدهما يمثل المكان وهو المحور الأفقي ونعبر عنه بالكمية x والثاني يمثل الزمان وهو المحور العمودي ويمثل بالكمية ct وكما مبين في الشكل (1−9) حيث تمثل النقطة A حدثاً event منظوراً إليه من إطارين مرجعيين مختلفين. لاحظ أن محاور الاطارين مائلة على بعضها وهذا يعبر عن السرعة النسبية بينهما إذ تكون $\tan\alpha$ هي دالة السرعة.



الشكل (1−9) المحاور الزمكانية

هذا الحدث يمكن أن يكون جسماً موجودا في موقع معين. مثل هذا الجسم سوف يمثل في المخطط الزمكاني بخط موازي للمحور العمودي إذ لا يتغيّر الموقع مع مرور الزمن. بينما يُمثَّل الجسم المتحرك بسرعة ثابتة بخط مستقيم مائل ويتناسب الميل مع سرعة الجسم. أما الجسم المتحرك بتسارع (الموشر بالسهم في الرسم) فإنه يتمثل بخط منحنى أو متعرج. وتسمى هذه خطوط عالمية world lines كما في الشكل (1−10). هذه الرسومات الزمكانية تسمى أيضاً مخططات منكوفسكي Minkowski diagrams.

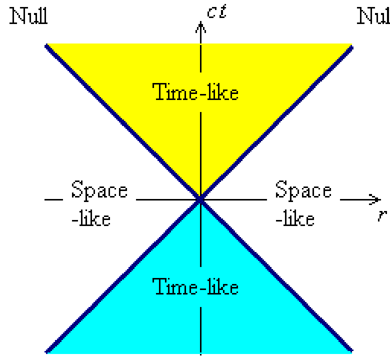


الشكل (1−10) الخط العالمي لجسيم في المخطط الزمكاني

المخروط الضوئي Light Cone

باستخدام المخطط الزمكاني يمكن تقسيم مجمل الزمكان إلى ما هو فضاء شبه زماني time-like يمثل عالم يشبه عالمنا حيث تكون الحوادث فيه مرتبطة سببياً فتنتقل الإشارات بسرع أقل من سرعة الضوء وآخر شبه مكاني space-like تكون الحوادث فيه غير مرتبطة سببياً وتنتقل إشارة الحوادث فيه بسرع أكبر من سرعة الضوء. العالم الذي نعرفه جيدا ونعيش فيه هو العالم شبه الزماني، أما العالم شبه المكاني فليس متصلاً بعالمنا بشكل مباشر.

يؤلف العالم شبه الزماني مخروطينأسفل يمثل أحداث الماضي ومخروط أعلى يمثل حوادث المستقبل تفصلهما لحظة الحاضر وكما مبين في الشكل(1−11).ويوجد على طرفي هذين المخروطين مساحة الفضاءات الشبهمكانية التي تكون فيها الحوادث لا سببية non-causalوتتواصل مع بعضها بسرعة أكبر من سرعة الضوء. وفي واقع الأمر فإن الفضاءات الشبه مكانية غير مفهومة بالقدر الذي نفهم فيه الفضاءات شبه الزمانية. إن جميع الحوادث التي هي داخل مخروط الماضي تكون قد حصلت ومضت. وجميع الحوادث التي في مخروط المستقبل لم تحصل بعد، وملتقى رأس المخروطين هو لحظة الحاضر المتحركة دوماً.



الشكل (1−11) المخروط الضوئي

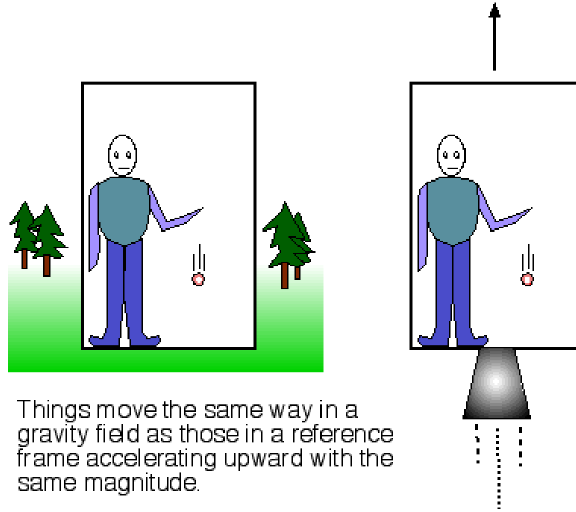
للمخططات الزمكانية والمخاريط الضوئية فائدة في تكوين صورة عن تفاعلات الجسيمات الأولية وتحولاتها والقوى الفاعلة كما هو الحال في مخططات فينمان Feynman diagrams التي تستخدم في علوم الإلكتروداينميك الكمومي ونظرية المجال الكمي.

لمحة عن نظرية النسبية العامة

بعد أن نشر ألبرت أينشتاين نظرية النسبية الخاصة أدرك أن من الضروري معالجة المنظومات المتسارعة، خاصة وإن قانون الجاذبية الذي وضعه نيوتن لا يتوافق مع تحويلات لورنتز ومع نظرية النسبية الخاصة. لذلك كان لابد من ايجاد مخرج لهذه المشكلة. وهكذا تفكر أينشتاين نحوا من عشر سنوات لإيجاد نظرية بديلة تعالج المنظومات المتسارعة. ومن المعروف أن الحصول على هذه النظرية مر بمراحل متعددة حتى تمكن أينشتاين من الحصول عليها وسميت بنظرية النسبية العامة Theory of General Relativity. وفيما يلي توضيح لكيفية الوصول إلى أساسيات هذه النظرية من خلال ملاحظات أينشتاين نفسه.

الملاحظة الأولى: **تكافؤ التسارع والجاذبية**

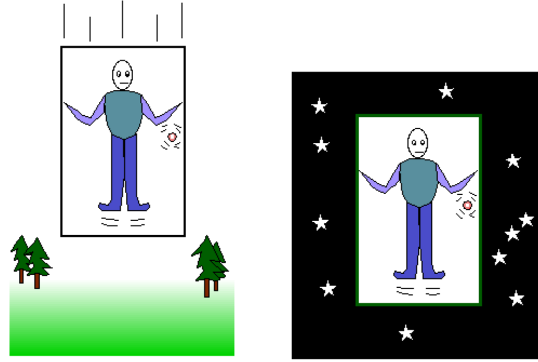
إكتشف أينشتاين أن المجال الجاذبي مكافئ موضعياً لوضعية التسارع. فلو أننا كنا في مركبة فضائية تتسارع بقدر مساوٍ لتسارع الجاذبية الأرضية لشعرنا داخل المركبة الفضائية كما لو كنا على الأرض الشكل(1-12).



الشكل (1-12)

ولو أن المركبة ذهبت بعيداً عن الأرض إلى فضاء خال من الجاذبية لعانينا حالة فقدان الوزن. ونفس هذه الحالة تنتابنا عندما نكون في مصعد يسقط سقوطاً حراً

في مجال الجاذبية الأرضية كما في الشكل(1-13). هذه الملاحظات أوحت لأينشتاين بتكافؤ الجاذبية والتسارع موضعياً locally.



Things falling freely in a gravity field all accelerate by the same amount, so they move the same way as if they were in a region of zero gravity — ``weightlessness''!

الشكل (1-13)

الملاحظة الثانية: **ضرورة مبدأ النسبية العام**

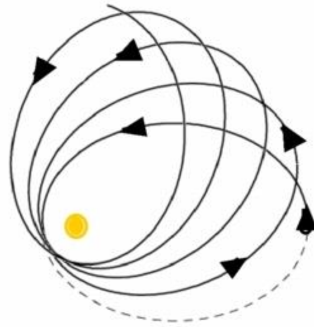
من جانب آخر وجد أينشتاين أن من الضروري تعميم مبدأ النسبية الخاصة القائل بأن قوانين الفيزياء يجب أن تكون نافذة في جميع المراجع الحركية القصورية وذلك بأن يصبح القول هو أن تكون قوانين الفيزياء يجب أن تكون نافذة في جميع المراجع الحركية قصورية كانت أم غير قصورية. وقد سمي هذا مبدأ النسبية العام principilpe of general covariance.

لقد جعل اينشتاين من هاتين الملاحظتين مبدأئين لنظريته في النسبية العامة أقام عليهما مفاصيم وصياغات هذه النظرية العملاقة. وبصورة مبسطة أقول أن مبدأ تكافؤ الجاذبية والتسارع ربما جعل أينشتاين يفكر بالتعامل مع الجاذبية على أساس أنها تحدب للزمكان ذلك لأن التسارع هو المشتقة الثانية للمكان بالنسبة للزمان، بالتالي فإنه يعبّر عن كون المكان دالة لاخطية للزمان. وبهذا توجه أينشتاين إلى

دراسة الكميات الممتدة Tensors وتبين له أنه قادر على تحصيل المعادلة العامة للمجال الجاذبي التي تصفه كتحدب للزمكان.

وسرعان ما تبين أن لهذه المعادلة الخطيرة مضامين عميقة تتضمن ما يلي:

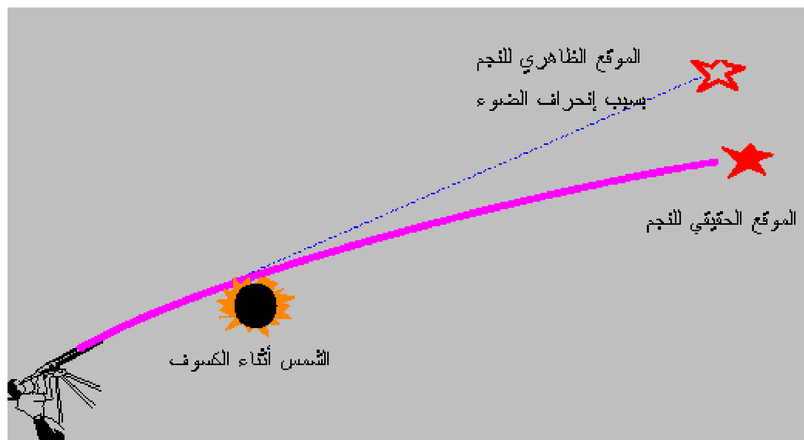
1. إن المجال الجاذبي خارج الكتلة هو تحدب للزمكان حول مركز الكتلة.
2. إن مدارات الكواكب السيارة ليست مغلقة بل تعاني من زحزحة مدارية يتحرك فيها أوج الكوكب بمقدار ضئيل مع الزمن. وكما مبين في الشكل(1–14). وقد تم التحقق من هذه الظاهرة في حالة مدار كوكب عطارد.
3. إن الضوء يسير في الزمكان المحدب على معارج geodesics وهي خطوط منحنية مكانيا وزمانياً.
4. إن الفضاء الكوني لا يمكن أن يكون سكونياً بل هو في حالة ديناميكية من التوسع أو الانكماش.



الشكل (1–14) مدار الكواكب

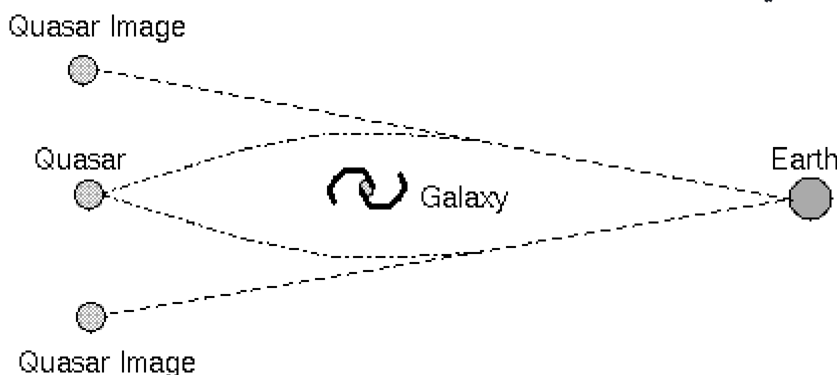
لقد ترتب على النتيجة الثانية أن أصبحت مسارات الضوء التي تمر قرب كتل كبيرة خطوط منحنية نحو مراكز تلك الكتل مما يؤدي إلى إختلاف في مواقع النجوم التي تقع على مقربة من خط النظر مع حافة الكتل الكبيرة كالشمس وكما مبين في الشكل(1–15). وهذه النتيجة تم التحقق منها للمرة الأولى أثناء الكسوف

الكلي للشمس الذي حصل عام 1919 حيث جاءت النتيجة مطابقة لتوقعات أينشتاين.



الشكل (1−15) إنحراف الضوء بتأثير المجال الجاذبي

من جانب آخر فقد ترتب على ذلك أن الكتل البعيدة تتسبب في عمل تعديس للضوء lensing الذي يمر من جنباتها. وهذا ما يسمى التعدس الثقالي gravitational lensing كما موضح في الشكل(1−16). ويترتب على ذلك أن تظهر أكثر من صورة للجرم الذي يأتي منه الضوء. وقد تتشكل حلقات حول الجرم المتسبب في إنحناء الضوء تسمى حلقات أينشتاين Einstein rings.



الشكل (1−16) التعدس الثقالي

يتم استخدام آلية التعدس الثقالي في الكشف عن الأجرام الغير مرئية مثل الكواكب النجمية exoplanets.

أما الإنحناء في الزمان فيعني استطالة الفترة الزمانية مما يعني أن تردد الأمواج الكهرمغناطيسية الموجودة في مجال جاذبي يقل وطولها الموجي يزداد. وهذا ما يؤدي إلى حصول إزاحة للطيف نحو الجهة الحمراء يسمى الإنحياز الجاذبي الأحمر gravitational red-shift. وطبعاً يكون الإنحياز الأحمر أكثر كلما كانت كتلة الجرم المسبب له أكبر.

إن لنظرية النسبية العامة مضامين كثيرة أخرى وبالأخص فإنها قدمت نماذج متعدد لما يمكن أن يكون عليه الكون بمجمله. وهذه النظرية أسست لفهم تطور الكون وفهم مراحله منذ اللحظات الأولى لخلقه وحتى الآن. ولا تزال هنالك اكتشافات أخرى قادة في هذا الصدد والعلم في تطور مستمر.

أسئلة الفصل الأول

س1) ما الذي دفع ألبت أينشتاين للتفكير بنظرية النسبية الخاصة؟

س2) ما هي فروض نظرية النسبية الخاصة؟

س3) أي من قوانين التحويلات تتبع قوانين نيوتن في الحركة؟ وأي من التحويلات تتبع قوانين ماكسويل في الكهر مغناطيسية؟

س4) هل أثبتت تجربة مايكلسن ومورلي عدم وجود الأثير في الفضاء؟

س5) ما هي المتجهات الرباعية وما ضرورتها؟

س6) ما الذي تغير في وصف الكميات الفيزيائية وبالأخص في إنحفاظها بعد طرح نظرية النسبية الخاصة؟

س7) ما إنكماش الطول وما تباطؤ الزمن وما هي الكمية اللاتغيرية invariant quantity في هذه الحالة؟

س7) ما هو الزمن الصحيح proper time وما ضرورته؟

س8) من أين تأتي الزيادة في كتل الأجسام أثناء حركتها النسبية؟

س9) ما هو المخروط الضوئي وكيف يتغير بحسب تغير السرعة النسبية؟

س10) من نتائج النسبية الخاصة أن الطول ينكمش. بالتالي فإن الدائرة المتحركة بسرعة نسبية ستبدو جسماً بيضوياً. لو تخيلنا موتوسيكل يتحرك برعة عالية فإن من المفروض أن عجلاته ستبدو ÷ليجية الشكل بالتالي يفترض أن يظهر الموتوسيكل أثناء حركته وكأنه يهتز صعوداً ونزولاً. هل يمكن أن يحصل هذا ولماذا؟

مسائل الفصل الأول

م1) برهن أن تحويلات لورنتز تؤول إلى تحويلات غاليليو عندما تكون السرعة النسبية بين الراصد والمرصود أقل كثيراً من سرعة الضوء.

م2) برهن أن السرعة النسبية بين شعاعين للضوء يسيران بعكس الإتجاه هي c وبرهن أن السرعة النسبية بين شعاعين للضوء يسيران بنفس الاتجاه هي c أيضاً.

م3) إحسب زخم بروتون سرعته 0.99c بوحدات MeV/c واحسب طاقته الكلية.

م4) مادة متفجرة على شكل كرة تنفلق نصفين كل منهما بكتلة 2 كغم بالنسبة إلى مشاهد ساكن ينطلقان باتجاهين متعاكسين كل منهما بسرعة 0.6c. ما الكتلة الكلية للكرة المتفجرة؟

م5) سيارة على الأرض في رحلة تستغرق 40 دقيقة كما يقيسها سائقها. ما الزمن الذي تستغرقه تلك الرحلة كما يراها رائد فضاء يسير بسرعة 0.8c بالنسبة للأرض.

م6) مركبتان فضائيتان تسيران باتجاهين متعاكسين أحدهما بسرعة 0.6c والأخرى بسرعة 0.8c تنطلق من الأولى قذيفة بسرعة 0.5c كما يشاهدها رائد المركبة الأولى.

(أ) ما سرعة القذيفة كما يراها رائد المركبة الثانية؟

(ب) إذا كان طول القذيفة 1.2 متر فما طولها كما يراه رائد المركبة الثانية؟

م7) أرسم مخطط زمكاني لجسم ينطلق من السكون عند المسافة 2 م ويتحرك بسرعة ثابتة مقدارها 1 م/ثا لمدة 2 ثانية ثم يتوقف لمدة ثانيتين ثم ينطلق مرة أخربنصف السرعة الأولى لمدة 4 ثواني ثم يتوقف.

م8) مربع طول ضلعه 5سم يتحرك بسرعة 0.6c موازياً لأحد أضلاعه. ما شكله وما طول أضلاعه كما يراها مشاهد ساكن؟

م9) إحسب سرعة البروتون في المصادم الهادروني الكبير إذا علمت أن طاقته الكلية هي 7 TeV. كم ستتضاعف كتلة البروتون في هذه الحالة.

الفصل الثاني: الخواص الجسيمية للأمواج

Particle Properties of Waves

نقدم في هذا الفصل شرحا مستفيضاً لأهم الظاهر الفيزيائية التي استعصى على الفيزيائيين في نهاية القرن التاسع عشر تفسيرها في إطار مفاهيم وصياغات الفيزياء الكلاسيكية. مما تطلب وضع فرضيات مخالفة للمألوف تمكن من خلالها الفيزيائيون من تقديم تفاسير مقنعة وبعد ذلك تم بناء نظريات وضعت إطاراً جديداً لفيزياء جديدة صححت الفيزياء الكلاسيكية وكشفت عن سمات لم تكن معروفة للعالم من قبل. وأهم السمات في هذا الصدد ظهور الصفات الجسيمية للأمواج والصفات الموجية للجسيمات.

لقد جاء الكشف عن الفيزياء الجديدة من خلال تجارب كثيرة أفضت إلى ضرورة طرح مفاهيم جديدة تستوعبها نظريات جديدة في نسق علمي متكامل وبذلك شهدت المعرفة العلمية تطوراً لم يسبق له مثيل مع مفتتح القرن العشرين. ثم توالت الاكتشافات والتطويرات حتى بلغ العالم ما بلغ من علم وتكنولوجيا متقدمة نستثمر نتائجها اليوم في حياتنا اليومية. فثورة الاتصالات التي مكنتنا من التحدث هاتفياً مع أبعد مكان على سطح الأرض بجهد بسيط وتكاليف بسيطة أو منعدمة، وتطور الأجهزة الطبية والعمليات الجراحية المتقدمة دون شق البطون وفتح الصدور وتطور علوم المواد وما يترتب عليها من تقدم في العلوم الصيدلانية. وتطور تقنيات اكتشاف الفضاء الخارجي، إنما صارت ممكنة بفضل تلك العلوم والاكتشافات التي مكَّنت من تطوير هذه التكنولوجيات المتقدمة. وما سيأتي سيكون أعظم بكثير، حتى أننا سنعتبر التكنولوجيات المتقدمة ليومنا هذا بمثابة وسائل بدائية متخلفة.

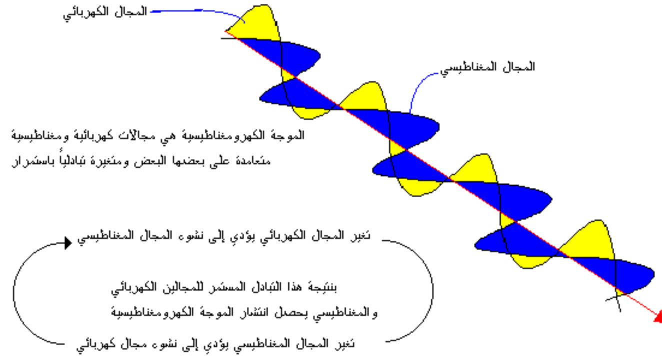
في هذا الفصل شرح لظواهر الإشعاع الحراري والتأثير الكهرضوئي وتوليد الأشعة السينية وحيودها وتأثير كمبتن وتوليد أزواج الجسيمات بتحويل الطاقة إلى كتلة. هذه المظاهر التي تُحسب على أنها تعبير عن التصرف الجسيمي للأمواج.

الأمواج الكهرمغناطيسية

في النصف الثاني من القرن التاسع عشر تمكن جيمس كلارك ماكسويل من توحيد المجالين الكهربائي والمغناطيسي في حالة ديناميكية في مجال مشترك سمي المجال الكهرمغناطيسي. وقد تم وصف هذا المجال بأربعة معادلات ذكرناها في الفصل السابق وهي معادلات ماكسويل (1−12). إن حلول هذه المعادلات تقدم وصفا موجياً للمجال يتذبذب فيه المجالان الكهربائي والمغناطيسي معاً فيولد أحدهما الآخر عبر ترابط ديناميكي متناسق ما في الشكل المبسط (2−1).

وفي التعريف العام فإن الموجة هي إضطراب في وسط، تتميز بمتغيرين رئيسيين هما طول الموجة λ والتردد ν حيث يساوي مضروبهما دائماً سرعة الموجة

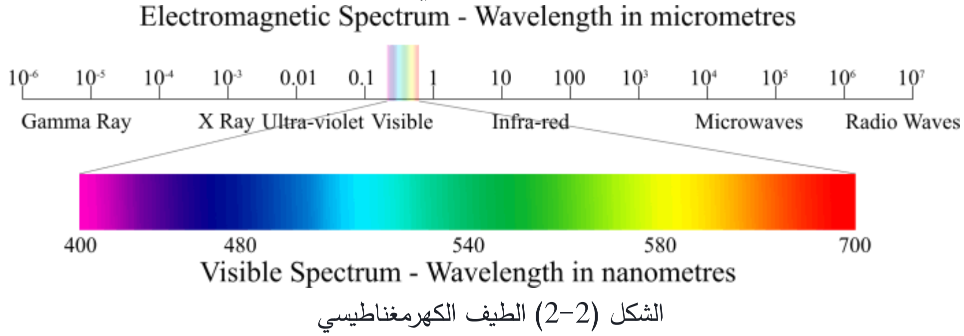
$$\lambda\nu = c \qquad (1\text{-}2)$$



الشكل (2−1) الموجة الكهرمغناطيسية

ويكونللموجة الكهرمغناطيسية سرعة ثابتة في الفراغ هي c وتبلغ 3×10^{8} متر في الثانية. وقد وجد الفيزيائيون أن النطاق الكهرمغناطيسي يشمل مدى واسع من الترددات ومدى واسع من الأطوال الموجية وتم تقسيمه إلى مناطق متميزة بصفات مشتركة وأقصر الأطوال الموجية هو لأمواج أشعة جاما وهي أشعاعات نووية

وأطوالها الموجية أقل من 1 بيكومتر (10^{-12}متر) يليها نطاق أشعة Xالذي يصل إلى 100 نانومتر ثم نطاق الأشعة فوق البنفسجية ثم يأتي نطاق ضيق جداً هو الضوء المرئي الذي يتراوح طول موجته من 4000 إلى 7000 أنجستروم (400-700 نانومتر) ثم يلي ذلك نطاق الأشعة الحرارية تحت الحمراء وهو واسع يمتد من 1 مايكرومتر إلى 1 ملليمتر. ثم يأتي نطاق أمواج المايكروويف من 1 ملليمتر إلى 100 ملليمتر ثم نطاق أمواج الراديو والتلفزيون والأمواج الراديوية الطويلة الذي يمتد لغاية 100 كيلومتر. وهذه الأنطقة مبينة في الشكل (2-2).



الشكل (2-2) الطيف الكهرمغناطيسي

كما قلنا فإن هذه الأمواج هي حصيلة تذبذبات للمجالين الكهربائي والمغناطيسي ونظراً لأن المجال الكهربائي يؤثر في تسريع الشحنات الكهربائية ولأن المجال المغناطيسي يؤثر في إتجاهات حركتها فإن المجال الكهرمغناطيسي يتفاعل مع المادة التي تحتوي شحنات كهربائية فيولد تياراً كهربائيا في تلك المواد التي تحتوي شحنات كهربائية حرة، ويولد استقطاباً كهربائياً electric polarization في تلك المواد التي تحتوي شحنات كهربائية مقيدة bound electric charges.

هنا ينبغي أن نتذكر أن الموجة هي إضطراب دوري (متكرر) في الوسط وإن الوصف المثالي للموجة هو دالة جيبية sine أو جيب تمامية cosine ولكل موجة سعة Amplitude هو المتمثل بأعظم إزاحة. وهذه أمثلة من الصياغات الموجية

$$A\sin(kx-\omega t),\quad A\cos(kx-\omega t),\quad Ae^{i(kx-\omega t)}$$

في المثال الأول إعلاه موجة جيبية ذات عدد موجي $k=2\pi/\lambda$ وتردد زاوي $\omega=2\pi\nu$. وفي المثال الثالث لدينا موجة أكثر عمومية لأنها تحتوي جزءً حقيقيا وآخر خيالياً. أما A فهو سعة الموجة.

كما ينبغي أن نتذكر من درس الأمواج أن شدة الموجة تتناسب طرديا مع مربع A. أي أن شدة الموجة (التي تعبر عن كثافة تأثيرها) هي $I=|A|^2$. لذلك تتناسب شدة الموجة الكهرمغناطيسية مع مربع شدة المجال الكهربائي مضافاً اليها مربع شدة المجال المغناطيسي، وبناء على ذلك يتم حساب الطاقة المختزنة في الموجة الكهرمغناطيسية.

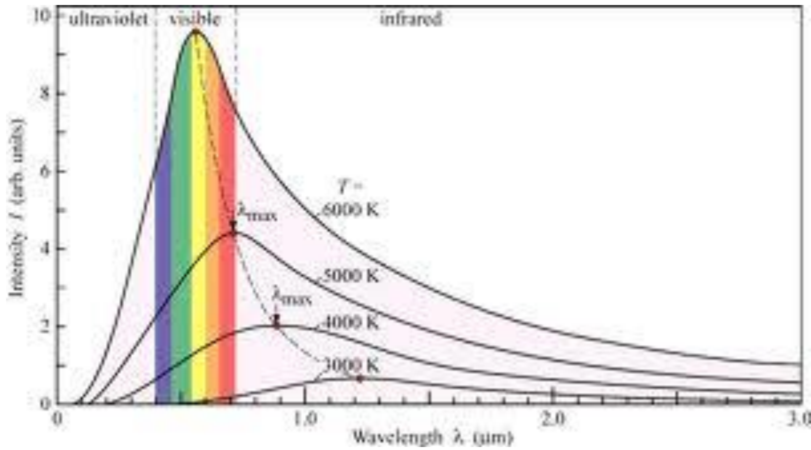
$$W=\frac{1}{2}\left(\varepsilon_0 E^2+\frac{B^2}{\mu_0}\right) \qquad (2\text{-}2)$$

إن هذه المعلومات ضرورية لفهم ما يحصل في الظواهر التي سندرسها لاحقاً وبالأخص ظاهرتي إشعاع الجسم الأسودوالتأثير الكهرضوئي لنفهم كيف حصل الاختلاف بين التجربة والنظرية،حيث فشلت النظرية الكهرمغناطيسية في تفسير تلك الظواهر وهذا ما سنتبينه من خلال دراسة تلك الظواهر.

الإشعاع الحراري

يتميز الاشعاع الحراري بأنه يقع ضمن طيف موجي متواصل. وحين نسخن قطعة معدنية فإنها تتوهج وتبعث ألواناً مختلفة تتغير مع درجة حرارة القطعة فتبدو أولاً حمراء ثم تصبح برتقالية ثم صفراء عندما نرفع درجة الحرارة ثم تصير زرقاء ولو رفعنا الحرارة كثيرا تصير سوداء. هذا التوزيع اللوني الظاهري هو توزيع للأطوال الموجية أو ترددات الأمواج الكهرمغناطيسية بحسب درجات الحرارة. لكن في واقع الأمر فإن ظهور القطعة المعدنية باللون الأصفر لا يمثل بالضبط حالتها الحقيقية

فلو أننا عمدنا إلى تحليل الضوء المنبعث من القطعة لوجدناه في واقع الأمر يحتوي على كافة الأطوال الموجية ولكن بشدة عظمى تقع عند الطول الموجي للأصفر مما يغطي على بقية الألوان، وهكذا الأمر لبقية الألوان. ويسمى الطول الموجي الذي تكون عنده شدة الإشعاع أعظم ما يكون بالطول االموجي الأعظم λ_{max} ويختلف هذا الطول الموجي بحسب درجة حرارة الجسم وكما مبين في الشكل (2−3).



الشكل (2−3)

وقد تم اكتشاف علاقة رياضية بين اللون (الطول الموجي) عند أعظم شدة له ودرجة الحرارة سميت قانون الإزاحة لفين− استيفان Wien's displacement law وهذا هو

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T} \qquad (3\text{-}2)$$

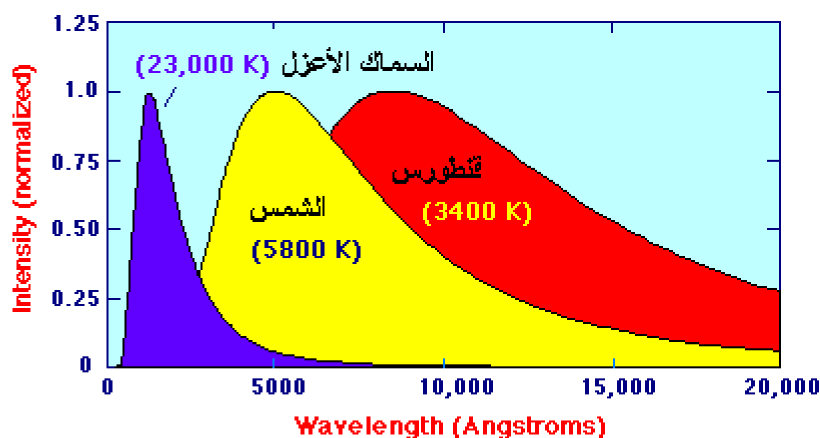
حيث $b = 2.897\times10^{-3}\ m.K$ هو مقدار ثابت، ودرجة الحرارة T تكون بالدرجات المطلقة.

وقد استخدم الفلكيون هذا القانون لمعرفة درجة حرارة أسطح النجوم بعد أن عرفوا الطول الموجي للضوء المنبعث منها بأعلى شدة وكما يبن الشكل (2−4).

مثال نجم يبعث ضوء شدته العظمى عند اللون الأصفر بطول موجي 5000 أنجستروم. ما درجة حرارة سطحه؟

الجواب: هذا تطبيق مباشر على قانون الإزاحة

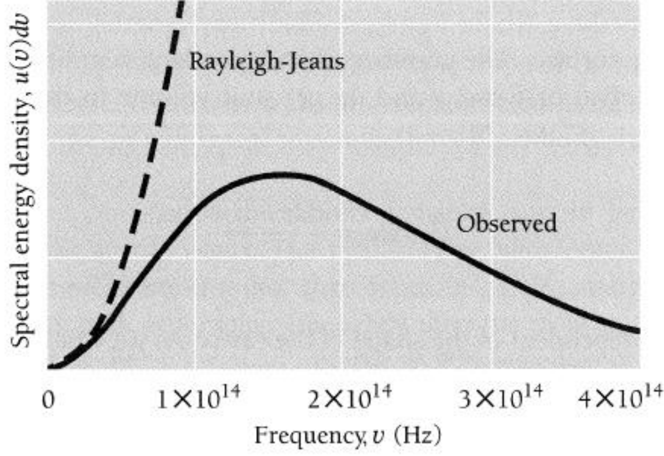
$$T=\frac{b}{\lambda_{\max}}=\frac{2.897\times10^{-3}}{5000\times10^{-10}}=5774\text{K}$$



الشكل (2-4)

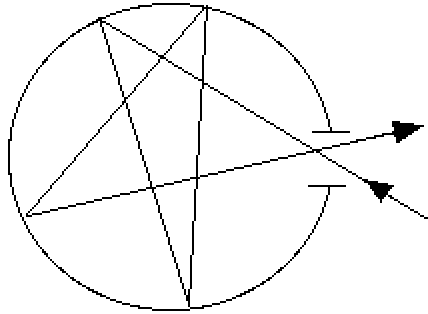
كارثة الإشعاع فوق البنفسجية The Ultraviolet Catastrophe

لوحظ تجريبياً أن توزع شدة الإشعاع لأي جسم مثالي درجة حرارته T يتم بحسب ما هو بحيث تكون كثافة طاقة الإشعاع للترددات المنبعثة الواطئة (أو الأمواج الطويلة) قليلة تتصاعد تدريجياً حتى تبلغ قمة عظمى ثم تهبط سريعا على نحو لوغاريتمي طبيعي كما مبين في الشكل (2-5).



الشكل (2−5)

وهذا التصرف هو تصرف عام ينطبق على جميع الترددات (أو الألوان) لا فرق بينها، ولكافة مديات درجات الحرارة. لكن الفيزيائيان رايلي وجينز بينوا أن النظرية الكهرمغناطيسية تقرر أن كثافة الطاقة في النطاق الترددي $\nu - \nu + d\nu$ أي $G(\nu)d\nu$ يتناسب طرديا مع ν^2 وهذا أمر غريب. وبالنظر لأن المشكلة هي في نطاق الترددات العالية أي المنطقة فوق البنفسجية فقد سميت هذه المشكلة الكارثة الفوق−بنفسجية.



الشكل (2−6) تمثيل الجسم الأسود المثالي

وكان قانون رايلي وجينز قد درس حساب كثافة الطاقة في تجويف مثالي (فرن مثلاً) يحتوي طاقة حرارية تتوزع أنماطها على نطاق لانهائي من الأمواج وتمثل

فتحة ذلك التجويف الجسم الأسود المثالي ideal blackbody الذي بإمكانه إمتصاص كافة الترددات الساقطة عليه ويبعث كافة الترددات المنطلقة من التجويف كما الشكل (2–6). فوجد أن الكثافة العدديةللأنماط الموجية الممكنة داخل التجويف الكروي في النطاق الترددي $\nu - \nu + d\nu$ هو

$$G(\nu)d\nu = \frac{8\pi\nu^2 d\nu}{c^3} \quad (4\text{-}2)$$

ولما كان معدل الطاقة لكل نمط موجي في حالة الاتزان الحراري عند درجة حرارة T هو

$$\epsilon = kT \quad (5\text{-}2)$$

حيث أن k هو ثابت بولتزمان، فإن كثافة الطاقة داخل التجويف الكروي في النطاق الترددي $\nu - \nu + d\nu$ هو

$$u(\nu)d\nu = \epsilon\, G(\nu)d\nu = \frac{8\pi kT\nu^2 d\nu}{c^3} \quad (6\text{-}2)$$

سمي هذا قانون رايلي_جينز Reighly-Jeans Law وهو النتيجة النظرية المستخلصة من الصياغة الكهرمغناطيسية للطاقة. هذا القانون يبين أن الطاقة الحرارية الكلية للإشعاعات في أي تجويف مثالي ستتصاعد كلما تصاعدت ترددات الإشعاع وتصير إلى المالانهاية عندما يكون تردد الاشعاع لانهائياً. لكن نتائج التجارب العملية تخالف هذه النتيجة تماماً حيث تبلغ كثافة الطاقة قدراً أعظم عند تردد معين ثم تهبط إلى الصفر في الترددات العالية. كيف نحل هذه المشكلة؟

قانون بلانك للإشعاع Planck Radiation Law

درس الفيزيائي الألماني ماكس بلانك عدم التوافق بين النظرية الكهرمغناطيسية ونتائج التجارب التي جرت على الاشعاع الحراري بالتفصيل، واقتنع بضرورة تقديم بديل نظري يأتي بفكرة جديدة تماماً لكي يكون هنالك حل للمشكلة. افترض بلانك

أن كل نمط من الأنماط الموجية للطاقة الإشعاعية الموجودة في التجويف المثالي الذي تمثل فتحته الجسم الأسود يكون له طاقة مقدارها

$$\epsilon = h\nu \tag{7-2}$$

حيث أن h هو مقدار ثابت وإن ν هو تردد النمط الموجي المقصود.

وفق هذا التصور صار التجويف يحتوي على عدد لانهائي من المتذبذبات التوافقية البسيطة simple harmonic oscilators التي هي الأنماط الموجية الكهرمغناطيسية كل منها يحمل طاقة صغيرة تتناسب مع تردده. هذه الأنماط الموجية تتوزع عليها الطاقة كما تتوزع على جزيئات غاز مثالي ideal gas، بالتالي وجد بلانك أن كثافة الطاقة في داخل التجويف الكروي في النطاق الترددي $\nu - \nu + d\nu$ هو

$$u(\nu)d\nu = \frac{8\pi h}{c^3}\frac{\nu^3 d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \tag{8-2}$$

هذا هو قانون بلانك في الاشعاع الحراري وقد تم ايجاد قيمة الثابت $h = 6.656 \times 10^{-34}\, J.s$ وسمي ثابت بلانك. إن الصيغة (2−8)تتوافق مع النتائج التجريبية توافقاً تاماً.

إن التصور الجديد الذي قدمه بلانك يتضمن القول بأن التجويف يحتوي على أنماط هي بمثابة مهتزات توافقية بسيطة تتغير طاقتها ليس على نحو مستمر بل على نحو متجزئ بحيث أن التجويف يمتص ويبعث الطاقة بعدد صحيح من الأنماط الموجية

$$E_n = nh\nu, \qquad n = 1,2,3,..... \tag{9-2}$$

لم يكن توصل بلانك إلى هذه العلاقة أمراً سهلاً فقد جاهد كثيرا وتحير بين صياغات عديدة قبل أن يتوصل إلى إذ كان الفيزيائيون العاملون في الموضوع متحيرين بين قانون رايلي – جينز وقانون فين. وحتى بعدما توصل بلانك إلى

قانونه بعدة سنوات بقي بعضهم غير مقتنعاً بالقانون. والسبب في تردد الفيزيائيين قبول علاقة بلانك هو قيامها على فكرة تجزئة الطاقة إلى كمات منفصلة.

مديات قانون بلانك

هل يمكننا تحصيل قانون رايلي – جينز من قانون بلانك؟ لنرى.

ينطبق في حالة الترددات الواطئة أي عندما تكون $\frac{hv}{kT} << 1$ وهذا يعني أن بالامكان فتح الدالة الأسية في المقام للمعادلة (2–8) كما يلي

$$e^{x} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + ...$$

أي أن

$$\frac{1}{e^{hv/kT} - 1} \cong \frac{1}{1 + hv/kT - 1} = \frac{kT}{hv}$$

وبالتعويض في قانون بلانك (2–8) نجد أن

$$u(v)dv \approx \frac{8\pi h}{c^3} v^3 \left(\frac{kT}{hv}\right) dv = \frac{8\pi kT}{c^3} v^2 dv \qquad (10\text{-}2)$$

وهذا هو قانون رايلي – جينز.

ماذا عن الترددات العالية؟ أي عندما تكون $hv >> kT$، عندئذ ستكون الدالة الأسية في المقام في المعادلة (2–8) هي المهيمنة لأنها تكون في هذه الحالة أكبر كثيرا من الواحد. فنحصل على

$$u(v)dv \approx \frac{8\pi h}{c^3} v^3 e^{-hv/kT} dv \qquad (11\text{-}2)$$

وهذه الصيغة هي التي كان قد وجدها الفيزيائي ڤين Wein لتصرف إشعاع الجسم الأسود عند الترددات العالية.

بالخلاصة يمكن القول أن ماكس بلانك اكتشف طريقة تصرف الإشعاع الحراري فوجد أن الطاقة بالمستويات الدقيقة تُمتص وتنبعث على شكل كموم quanta ذات

قيم تتناسب طردياً مع تردداتها. وإن بالإمكان حساب عدد هذه الكموم إذا ما عرفنا قيمة الطاقة الكلية وعرفنا تردد الإشعاع. وقد تم تعميم هذا المفهوم عن الإشعاع الحراري ليشمل جميع نطاق الترددات الكهرمغناطيسية بلا استثناء.

مثال: مصدر ضوئي قدرته الفعلية 50 واط يبعث بضوء أحمر طوله الموجي 6800 أنجستروم. ما عدد الكمات المنبعثة من المصدر في الثانية الواحدة.

الجواب: نحسب أولا تردد الإشعاع من خلال

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\times10^{8}}{6800\times10^{-10}} = 4.4\times10^{14}\ \text{Hz}$$

ثم نحسب طاقة الكم الواحد

$$\varepsilon = h\nu = 6.6\times10^{-34}\times4.4\times10^{14} = 29\times10^{-20}\ J$$

ثم نذكر أن القدرة هي المعدل الزمني للطاقة الكلية المنبعثة أي

$$P = \frac{E}{t} = \frac{n\varepsilon}{t} = 50\ Watt$$

ولما كانت الطاقة الكلية هي مجموع طاقة الكمات المنبعثة ذلك فإن عدد الكمات المنبعثة في الثانية الواحدة من المصدر هي

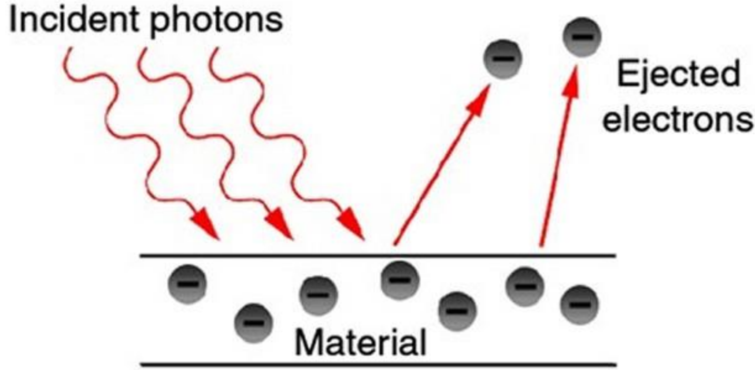
$$\frac{n}{t} = \frac{50}{\varepsilon} = \frac{50}{29\times10^{-20}} = 1.724\times10^{20}\ \text{quanta per second}$$

إن هذا المثال مهم لحساب عدد من المتغيرات في البنود القادمة.

ظاهرة التأثير الكهرضوئي Photoelectric Effect

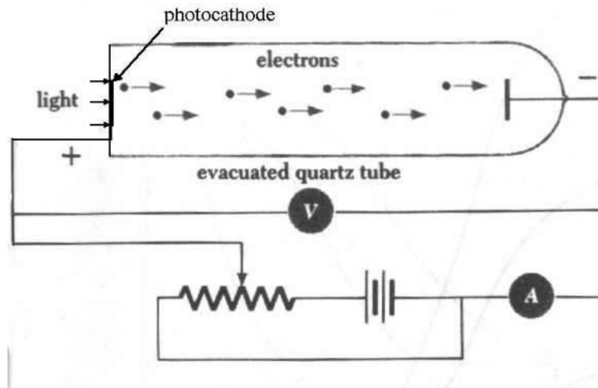
لاحظ هيرتز أن تسليط أشعة فوق بنفسجية على أي كرتين مشحونتين بشحنات مختلفة يساعدفيتسريع حصول الشرارة بينهما. وعند دراسة هذه الظاهرة إكتشف الفيزيائيون أن سقوط ضوء على سطح فلزي يعمل على انبعاث إلكترونات من ذلك

السطح. سميت هذه الظاهرة التأثير الكهرضوئي، وسميت الإلكترونات المنبعثة الإلكترونات الضوئية photoelectrons كما مبين في الشكل (2−7).



الشكل (2−7) ظاهرة التأثير الكهرضوئي

وقد تم تصميم تجربة مختبرية عنصرها الأساس إنبوبة من زجاج الكوارتز مفرغة من الهواء تحتوي على قطبين كهربائيين أحدهما عبارة عن سطح حساس للضوء يكون هو القطب الموجب فيما يكون الآخر قطب سالب. وتخضع القطبية السالبة والموجبة إلى التحكم كما مبين في الشكل (2−8). حيث يتم من خلال هذه التجربة معرفة خصائص هذه الظاهرة فضلاً عن مظاهر أخرى.

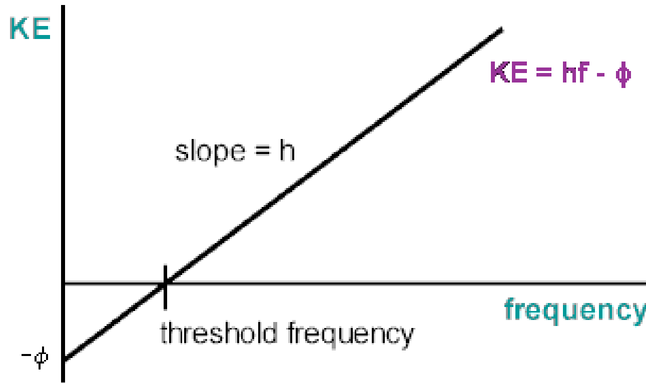


الشكل (2−8) تجربة التأثير الكهرضوئي

يعمل القطب السالب كجهد إيقاف للإلكترونات وكلما إزدادت سالبية هذا القطب كلما قلّ التيار في الأميتر وعندما يؤشر الأميتر إلى الصفر نعرف أن سيل الألكترونات قد توقف تماماً، والجهد الذي يؤشره الفولتميتر ساعتها يكون هو جهد الإيقافstopping potential. إن جهد الإيقاف هو مؤشر مباشر للطاقة الحركية للإكترونات حيث أن $\mathrm{KE}=eV$ حيث $e=1.6\times10^{-19}C$ هي شحنة الإلكترون.

ومن خلال دراسة هذه الظاهرة إكتشف الفيزيائيون ما يلي:

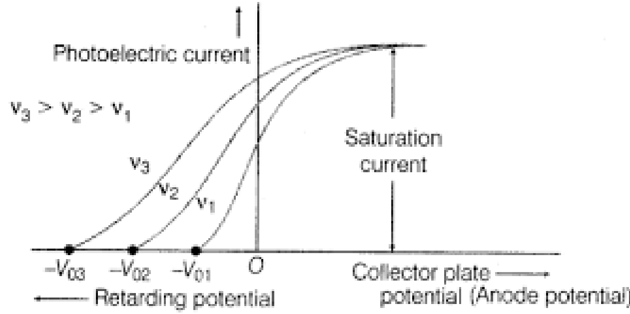
1. إن الطاقة الحركية للألكترونات تزداد كلما زاد تردد الضوء الساقط
2. إن عدد الألكترونات المنبعثة من السطح يزداد كلما زادت شدة الإشعاع.
3. إن هنالك حد أدنى لتردد الضوء يحقق انبعاث الإلكترونات وما دونه من الترددات لا يحقق انبعاث إلكترونات. هذا التردد سمي تردد العتبة threshold frequencyوسميت الطاقة التي يمثلها دالة الشغل work function.



الشكل (2–9) تغير الطاقة الحركية للإلكترونات مع تردد الضوء الساقط

وفقاً للنظرية الكهرمغناطيسية، التي تقدم وصفاً موجياً متصلاً لطاقة الإشعاع الكهرمغناطيسي، فإنه إذا كانت طاقة الإلكترونات المنبعثة هي حصيلة لإمتصاص

مستمر للطاقة الكهرمغناطيسية الساقطة،وليس على شكل كمات، فإن الطاقة الحركية للإلكترونات تتناسب طردياً مع شدة الضوء الساقط.



الشكل (2−10) تغير جهد الإيقاف مع تردد الضوء الساقط

وهنا تظهر التجربة العملية تناقضاً آخر مع النظرية الكهرمغناطيسية. لذلك أستثمر ألبرت أينشتاين فرضية بلانك لتفسير الصفات العملية لظاهرة الإنبعاث الكهرضوئي على أفضل مايمكن إذ قدم تفسيره كما يلي:

إن طاقة الضوء الساقط تتألف من عدد من الكموم، كل منها يسمى فوتون photon يحمل قدراً من الطاقة مقدارها $\varepsilon = h\nu$ وحين يحصل امتصاص هذه الفوتونات فإن كل فوتون يعطي طاقته لإلكترون واحد لا أكثر فيذهب جزء من الطاقة لتخليص الإلكترون من جذب السطح له (وهذا هو دالة الشغل Work Function) ويذهب الباقي كطاقة حركية للأكترون. وعلى هذا فكلما كان فائض الطاقة عن دالة الشغل للسطح أكبر كانت الطاقة الحركية التي يمتلكها الإلكترون المنبعث أكبر. وهكذا وضع أينشتاين معادلته لتفسير الظاهرة الكهرضوئية كما يلي:

$$h\nu = W + (\mathrm{K.E})_{\max} = h\nu_0 + (\mathrm{K.E})_{\max} \qquad (1.8)$$

إن $(K.E)_{max}$ هي الطاقة الحركية العظمى للإلكترونات ν هو تردد الضوء الساقط وν_0 هو تردد العتبة.

إن شدة الضوء في تعبير الطاقة المكممة تعني عدد الفوتونات الساقطة في الثانية الواحدة على وحدة المساحة. ولما كان الفوتون الواحد يختص بانبعاث إلكترون واحد من السطح أصبح من المفهوم لماذا يعتمد عدد الإلكترونات على عدد الفوتونات الساقطة على السطح، أي على شدة الضوء الساقط عليه.

تسمى الكمية $\phi = h\nu_0$ دالة الشغل وهذه الكمية تختلف من معدن لآخر وفي الجدول التالي مسرد لمواد مختلفة ذوات دالة شغل مختلفة. وكلما كانت دالة الشغل أكبر كلما كانت المادة أقل حساسية للضوء.

المادة	الرمز	Wدالة الشغل eV
سيزيوم	Cs	1.9
بوتاسيوم	K	2.2
صوديوم	Na	2.3
ليثيوم	Li	2.5
كالسيوم	Ca	3.2
نحاس	Cu	4.7
فضة	Ag	4.7
بلاتين	Pt	6.4

هكذا تؤكد ظاهرة التأثير الكهرضوئي مرة أخرى حقيقة تكميم الطاقة. لذلك تم التعامل مع الضوء وجميع كموم الطاقة الكهرمغناطيسية كجسيمات سميت الفوتونات Photons. وفي مختبر الفيزياء الحديثة توجد تجربة يمكن للطالب من خلالها أن يتحقق من صفات ظاهرة التأثير الكهرضوئي كما يمكنه حساب قيمة ثابت بلانك منها.

تتمثل أهمية ظاهرة التأثير الكهرضوئي في كونها ذات تطبيقات كثيرة. ومن خلال معرفتنا لترددات الضوء المرئي التي تتراوح ما بين 4.3×10^{14} إلى 7.5×10^{14} هيرتز وهذا ما يعادل $1.7eV$ إلى $3.3eV$ وبمقارنتها مع الجدول نستنتج أن ظاهرة التأثير الكهرضوئي تشمل عادةً نطاق الترددات المرئية والفوق بنفسجية. بمعنى أننا لايمكن أن نحصل على إلكترونات ضوئية من تسليط الأشعة تحت الحمراء على أسطح أي من المعادن. لكن بالإمكان طبعا تطوير مجسات للأشعة تحت الحمراء لكن ليس اعتمادا على ظاهرة التأثير الكهرضوئي بل على ظاهر أخرى.

تطبيقات ظاهرة التأثير الكهرضوئي

ومن الجدير بالذكر أهم تطبيقات ظاهرة التأثير الكهرضوئي هو في صناعة المجسات الضوئية حيث يتم تحويل الضوء إلى إلكترونات تشكل تياراً كهربائيا أو فرق جهد يؤشر شدة الضوء الساقط على المجس فنعرف منها شدة ذلك الضوء. وهذه تستخدم في جميع الكاميرات الملحقة بأجهزة الخلوي. ومن تلك التطبيقات أيضاً: الحواجز الضوئية light barriers التي تفتح الأبواب عند التقاطع معها. الخلايا الشمسية التي تحول ضوء الشمس إلى طاقة كهربائية، مفاتيح إضاءة مصابيح الشوارع وغيرها.

مثال: إحسب قيمة التيار الكهربائي الناتج من سقوط ضوء أصفر طوله الموجي 5600 أنجستروم من مصدر قدرته 100 واط على خلية ضوئية من السيزيوم إذا علمت أن كفاءة الخلية هي بحدود 40%.

الجواب: نحسب طاقة الفوتون الواحد ثم نحسب عدد الفوتونات الساقطة على الخلية في الثانية الواحدة ومنها نحسب عدد الإلكترونات المنبعثة في الثانية الواحدة ففي هذه الحالة يخرج 40 ألكترون لكل 100 فوتون ساقط على الخلية. ثم نضرب

النتيجة بمقدار شحنة الإلكترون فنحصل على التيار الكهربائي الناتج.

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda} = \frac{19.96\times10^{-26}}{5600\times10^{-10}} = 3.5\times10^{-15}\ J$$

$$\left(\frac{n_\gamma}{t}\right) = \frac{p}{\varepsilon} = \frac{100}{3.5\times10^{-15}} = 2.8\times10^{16}\ \text{photon per sec emitted}$$

$$\left(\frac{n_e}{t}\right) = \frac{p}{\varepsilon}\times\frac{40}{100} = 1.14\times10^{16}\ \text{electrons per second ejected}$$

$$\text{current} = \frac{n_e}{t}\times e = 1.14\times10^{16}\times1.6\times10^{-19} = 1.8\times10^{-3}\ \text{A} = 1.8\,\text{mA}$$

يمكن أن يكون السؤال بصيغة أخرى إذ يعطيك شدة الضوء الساقط intensity ويعطيك مساحة اللوح الساقط عليه ويطلب منك حساب التيار. ومنها تحسب عدد الفوتونات الساقطة على السطح من مضروب الشدة في المساحة وتستمر في الحساب. ما هي الطاقة الحركية العظمى للإلكترونات المنبعثة؟

الجواب: هنا يجب أن نحسب طاقة الفوتون الواحد ونطرح منها دالة الشغل للسيزيوم التي نحصل عليها من (مع مراعاة الوحدات) فنحصل على الطاقة الحركية للإلكترونات المنبعثة.

$$h\nu - h\nu_0 = (\text{K.E})_{max}$$

أشعة X

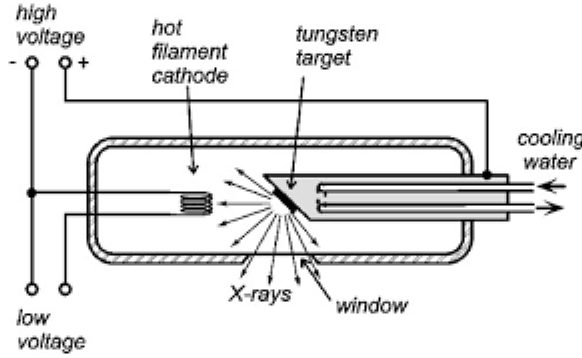
إذا كان للضوء أن يعطي طاقته إلى الإلكترونات التي في المادة عبر ظاهرة التأثير الكهرضوئي فهل يمكن أن يحصل العكس؟ أي هل يمكن للإلكترونات السريعة أن تعطي طاقتها الى المادة فتشع فوتونات الضوء؟ الجواب: نعم هذا ممكن وقد تم اكتشاف هذه الظاهرة قبل أن يقدم ماكس بلانك وألبرت أينشتاين

ابحاثهم. فقد وجد فيلهم رنجن Wilhelm Roentgen أن إشعاعات قصيرة الموجة تتولد عندما تضرب الإلكترونات السريعة أسطح بعض المواد. هذه الأشعة لها قابلية اختراق الحواجز ولا تتأثر بالمجالات الكهربائية والمغناطيسية. ونظراً لمجهولية أصل هذه الأشعة فقد سميت أشعة X. لكن الفيزيائيين سرعان ما وجدوا أن هذه الأشعة هي أمواج كهرمغناطيسية قصيرة، وما يحصل من توليد لهذه الأشعة سببه أن الإلكترونات السريعة عندما تصطدم بالسطح فإنها تتعرض إلى تسارع سلبي كبير (وهو التباطؤ الناتج عن الاصطدام) يؤدي إلى انطلاق الأشعة نظراً لأن الشحنات الكهربائية المتسارعة بموجب النظرية الكهرمغناطيسية تشع طاقتها. ولذلك سميت هذه الأشعة بالألمانية Bremesstrahlung أي أشعة الإيقاف. هنا ينبغي ملاحظة أنه كلما كانت ذرات المادة التي تصطدم بها الإلكترونات أكبر كتلة كلما تعرضت الإلكترونات إلى فقدان طاقة أكبر وبالتالي تكون الطاقة الناتجة أكبر.

لغرض قياس الطول الموجي لأشعة X فكر الفيزيائيون باستخدام محززات الحيود التي كانوا يستعلمونها لقياس الطول الموجي للضوء المرئي لكنهم سرعا ما أدركوا أن هذه المحززات لا تصلح لأن المسافات التي بين الحزات أكبر كثيرا من الطول الموجي المراد قياسه وهذا لا يحقق شرط الحيود اللازم لقياس الطول الموجي. لكن الفيزيائي ماكس فون لاو فكّر بطريق آخر إذ اقترح استخدام البلورات بدلا من محززات الحيود، بعد أن عرف أن المسافات البينية للمستويات البلورية مقاربة لمدى الأطوال الموجية المراد قياسها. وبالفعل تمكن التجريبيون من قياس أطوال موجية تقع ما بين 0.013 إلى 0.048 نانومتر. وهذه الأمواج أقصر من الضوء المرئي 10000 مرة مما يعني أنها تختزن طاقة بقدار 10000 مرة أكثر. وهكذا عرف الفيزيائيون أن الأمواج الكهرمغناطيسية التي أطوالها ما بين 0.1 إلى 10 نانومتر هي أشعاعات X.

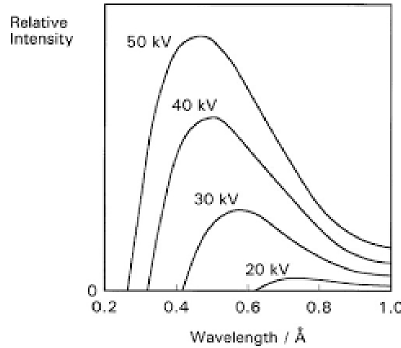
توليد أشعة X

يتم توليد اشعة Xفي إنبوبة مفرغة من الهواء بتسليط الإلكترونات السريعة المتولدة من كاثود تحت تأثير جهد كهربائي عالي لتصطدم بهدف مصنوع من مادة ذات عدد ذري كبير مثل التنجستن أو المولبيديوم. ويتم عادة تبريد رأس الهدف لأنه يسخن كثيراً بتصادم الإلكترونات معه وكما مبين في الشكل (2-11).

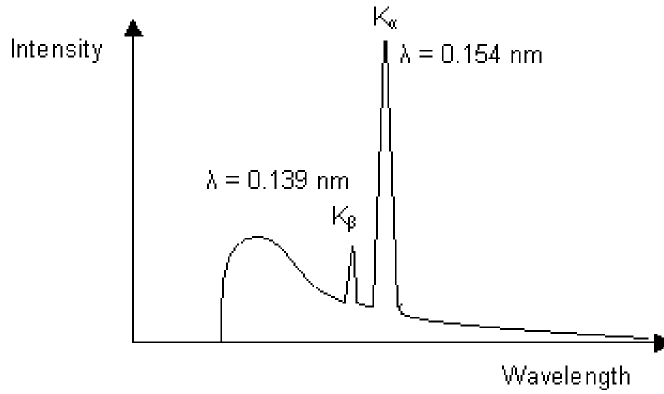


الشكل (2-11) انبوبة أشعة X

هنالك خاصيتين بارزتين لأشعة X لا تتمكن النظرية الكهرمغناطيسية من تفسيرهما، **الأولى** هي كون طيف الأشعة يعتمد على مادة الهدف والشكل (2-12) يوضح ذلك حيث تظهر لنا قمتين في منحنى الشدة للمولبيديوم عند طولين موجيين مختلفين. هذه الخاصية لايمكن تفسيرها إلا بعون من التركيب الذري والنظرية الكمية للمادة التي يتألف منها الهدف.



الشكل (2-12) طيف أشعة X المتولد من التنجستن



الشكل (2−13) طيف أشعة X المتولد من المولبيديوم

الخاصية الثانية إن الطول الموجي لأشعة X المتولدة يعتمد على الجهد العالي المسرع للإلكترونات ولهذه الأطوال الموجية حد أدنى لن تقل عنه وقد وجد تجريبيا أن العلاقة بين الطول الموجي الأقصر والجهد الكهربائي هي

$$\lambda_{\min} = \frac{1.24\times10^{-6}}{V} \qquad (12\text{-}2)$$

وهذه النتيجة يمكن تفسيرها بحسب نظرية الكم بالقول أن الطاقة العظمى التي يمكن تحصيلها من الإلكترونات المتعجلة هي

$$hv = eV \qquad (13\text{-}2)$$

لذلك فإن

$$\frac{hc}{\lambda_{\min}} = eV \qquad (14\text{-}2)$$

أي أن

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{e}\frac{1}{V} = \frac{1.24\times10^{-6}}{V} \qquad (15\text{-}2)$$

من الناحية الواقعية فإن قدراً كبيرا من الطاقة يتبدد على شكل حرارة إذ إن سخونة الهدف الذي تصطدم به الإلكترونات هي مشكلة مهمة في تصميم الجهاز، حيث نحتاج إلى تبريد الهدف باستمرار وإلا فإنه يسيح.

مثال: جد الطول الموجي الأقصر الذي يولده جهاز أشعة يعمل تحت جهد قدره 50000 فولط، ثم أوجد التردد.

الجواب

$$\frac{hc}{\lambda_{\min}} = eV,$$

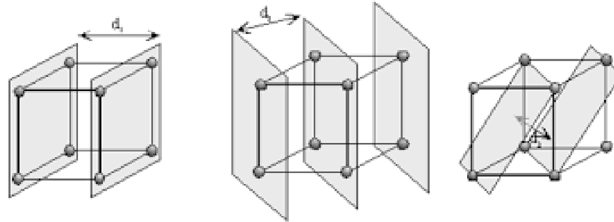
$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eV} = \frac{19.96\times10^{-26}}{1.6\times10^{-19}\times50\times10^{3}} = 2.49\times10^{-11}\,\text{m}$$

$$\nu = \frac{\text{c}}{\lambda_{\min}} = \frac{3\times10^{8}}{2.49\times10^{-11}} = 1.2\times10^{19}\,\text{Hz}$$

حيود أشعةX-ray Diffraction

كشفت تجارب قياس الأطوال الموجية لأشعة X بواسطة البلورات عن حصول حيود لهذه الأشعة إثر مرورها بين المستويات البلورية إذ تعمل البلورة في هذه الحالة عمل الشقوق فتحيد الأشعة المارة خلالها.

وحيود الأشعة السينية مماثل تماما لحيود الضوء عن الشقوق المتعددة حيث تتألف أهداب تداخل لا يمكن رؤيتها إلا بعد تصادمها مع شاشة متفلورة تتوهج في المواضع التي تكون فيها الأهداب المضيئة وتبقى المواضع المعتمة كما هي.

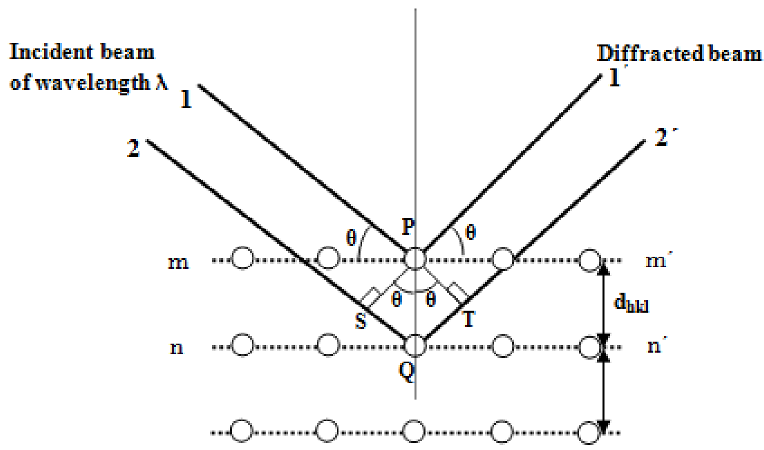


الشكل (2–14) البلورات والمستويات البلورية

وقد قام وليام براغ W. Braggعام 1913بتقديم تفسيره لما يحصل عند مرور الأشعة خلال البلورة حيث شخص المستويات البلورية التي تعمل عمل الشقوق كما في الشكل (2−14)فسميت مستويات براغ Bragg planes. وإذا كانت المسافة بين مستويات براغ هي d فإن القانون في هذه الحالة هو

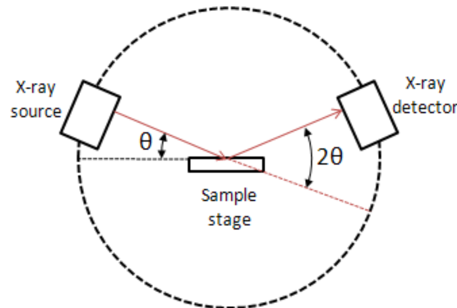
$$2d\sin\theta = n\lambda, \quad n = 1,2,3.... \qquad (16\text{-}2)$$

ويبن الشكل (2−15) توضيحا لكيفية حصول الحيود.



الشكل (2−15) حيود براغ

ومن الناحية العملية فإن تنظيم التجربة يتم وفق النظام المبين في الشكل (2−15).



الشكل (2−16) تجربة حيود الأشعة السينية

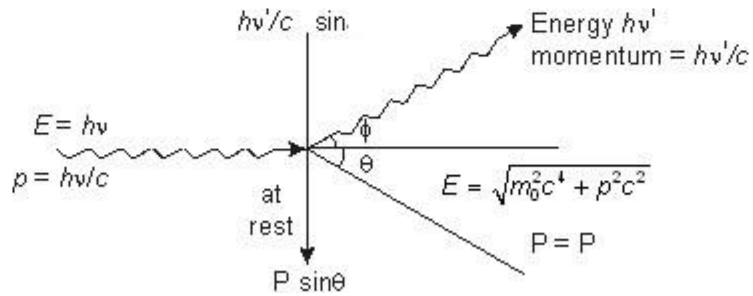
ظاهرة كمبتن Compton Effect

خلال دراسة تشتت أشعة X عن المادة لاحظ أرثر كمبتن عام 1923أن الأشعة المتشتتة عن السطوح المعدنية تمتلك أطوالا موجية أكبرمن الأطوال الموجية للأشعة الساقطة عليها. وبموجب النظرية الكهرمغناطيسية فإن الطول الموجي للإشعاعات المتشتتة ينبغى أن يكون مساوياً للطول الموجي للأشعة الساقطة. وهذا يعني أن هنالك مشكلة من المطلوب حلها لتفسير الظاهرة. ومن الواضح أن النظرية الكهرمغناطيسية تخفق مرة أخرى في تفسير تصرف الإشعاعات القصيرة وعلاقتها بالمادة.

قدّم كمبتن تفسيره للظاهرة على أساس أن الإلكترونات الحرة في المادة تمتص جزء من الطاقة التي تحتويها فوتونات أشعة X فتنطلق بطاقة حركية تتناسب مع الطاقة التي امتصتها فيما تتشتت فوتونات أشعة X بطاقة أقل أي بطول موجي أكبر. والفرق بين الطول الموجي للأشعة الساقطة λ والمتشتتة λ'بموجب حسابات كمبتن هو

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c}\left(1-\cos\theta\right) \qquad (17\text{-}2)$$

حيث أن m_0 هي كتلة الإلكترون الساكن و ϕ هي زاوية تشتت فوتون أشعة X.



الشكل (2–17) ظاهرة كمبتن

لغرض الوصول الى المعادلة (2−17) نحتاج الى استخدام قانون حفظ الطاقة وقانون حفظ الزخم في عملية تصادم الفوتون مع الإلكترون الساكن حيث يكتسب الإلكترون طاقة حركية هي الفرق بين طاقة الفوتون الساقط والفوتون المتشتت وهذه الطاقة مقدارها

$$hv - hv' = KE \qquad (17\text{-}2)$$

ولما كانت طاقة الفوتون ترتبط بزخمه بالعلاقة $E=pc$ فإن زخم الفوتون هو

$$p = \frac{E}{c} = \frac{hv}{c} \qquad (18\text{-}2)$$

والآن نطبق قانون حفظ الزخم بالإتجاهين العمودي والأفقي، ففي الاتجاه الأفقي لدينا (لاحظ أن p هو زخم الفوتون وإن P هو زخم الإلكترون)

$$\frac{hv}{c} + 0 = \frac{hv'}{c}\cos\phi + P\cos\theta \qquad (19\text{-}2)$$

وفي الاتجاه العمودي

$$0 = \frac{hv'}{c}\sin\phi - P\sin\theta \qquad (20\text{-}2)$$

من المعادلين أعلاه نجد أن

$$\begin{aligned} Pc\cos\theta &= hv - hv'\cos\phi \\ Pc\sin\theta &= hv'\sin\phi \end{aligned} \qquad (21\text{-}2)$$

بتربيع هاتين المعادلتين وجمع النتائج نتخلص من الزاوية θونحصل على

$$P^2c^2 = (hv)^2 - 2(hv)(hv')\cos\phi + (hv')^2 \qquad (22\text{-}2)$$

لكننا نعلم أن

$$E = KE + m_0c^2 \qquad (23\text{-}2)$$

وكذلك $E^2 = P^2c^2 + {m_0}^2c^4$ لذلك فإن

$$P^2c^2 = (KE)^2 + 2m_0c^2(KE) \qquad (24\text{-}2)$$

وبما أن $KE = hv - hv'$ فإننا نحصل على

$$P^2c^2 = (hv)^2 - 2(hv)(hv') + (hv')^2 + 2m_0c^2(hv - hv') \qquad (25\text{-}2)$$

وبالتعويض في المعادلة (2−22) نجد أن

$$2(hv)(hv^{'})(1-\cos\phi) = 2m_0c^2(hv - hv^{'}) \qquad (26\text{-}2)$$

وبدلالة الطول الموجي تصبح هذه المعادلة كما يلي

$$\frac{m_0c}{h}\left(\frac{1}{\lambda}-\frac{1}{\lambda^{'}}\right) = \frac{1-\cos\phi}{\lambda\lambda^{'}}$$

أي أن

$$\lambda^{'} - \lambda = \frac{h}{m_0c}(1-\cos\phi) \qquad (27\text{-}2)$$

وهذه هي معادلة كمبتن. لاحظ أن أقصى إزاحة في الطول الموجي للفوتون المتشتت تحصل عندما يرتد الفوتون عن الإلكترون إذ تكون الزاوية $\phi=180^{o}$ درجة ولذا فإن

$$\Delta\lambda = \lambda^{'} - \lambda = 2h/m_0c \qquad (28\text{-}2)$$

تسمى الكمية

$$\lambda_c = h/m_0c \qquad (29\text{-}2)$$

طول موجة كمبتن Compton wavelengthوهي مؤشر على الحيز الذي يشغله الجسيم الذي كتلته m_0.

إنظاهرة كمبتن تؤكد أن للفوتونات زخماً يمكن أن تتبادله مع الجسيمات (الإلكترونات مثلاً) وهنا نجد مرة أخرى أن للطاقة صفات جسيمية، حيث أن تبادل الزخم هو بالأساس صفة جسيمية وفي العادة فإن الطاقة الكهرمغناطيسية يمكن أن يكون لها ضغط ولكنها لا تتبادل الزخم مع الجسيمات الأخرى. لكننا نصبح هنا أمام حقيقتين:

1. كمومية الطاقة الكهرمغناطيسية كما بينت ظاهرتي إشعاع الجسم الأسود والتأثير الكهرضوئي.

2. تمتع كمات الطاقة (الفوتونات) بالصفة الجسيمية من خلال تبادل الزخم مع الجسيمات الأخرى كما بينت ظاهرة كمبتن.

لذلك أدرجت ظاهرة كمبتن ضمن الظواهر التي مهدت لظهور فيزياء الكموم.

الإختلاف الأساسي بين ظاهرة كمبتن وظاهرة التأثير الكهرضوئي أن في الأولى يعطي الفوتون جزءً من طاقته على حين في الثانية يعطي كل طاقته أو لاشئ والسبب في هذا الفرق أن الأولى هي ظاهرة تبادل زخوم والزخم الخطي كما سنرى في الفصل الخامس من هذا الكتاب هو كمية غير مكممة، أي مستمرة، على حين أن عملية التأثير الكهروضوئي هي عملية إمتصاص طاقة والطاقة مكممة دوماً. هذه الملاحظة مهمة للتمييز بين الظاهرتين

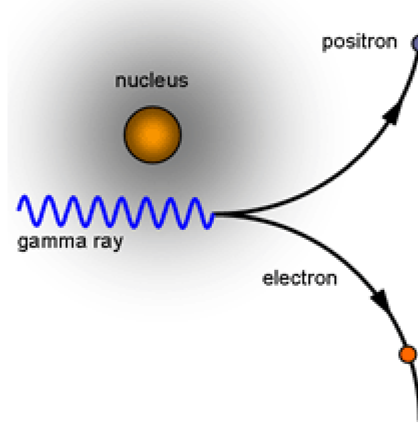
مثال: إلكترون طاقته الحركية 100 مليون إلكترون فولط يصطدم بفوتون طول موجته 3×10^{6} نانومتر فما مقدار أعظم طاقة يمكن للفوتون أن يفقدها؟

تخليق الأزواج Pair Production

ذكرنا في الفصل الأول أن نظرية النسبية الخاصة كشفت عن إمكانية تحويل الكتلة إلى طاقة، وهذا الشئ تحقق بالإنشطار والاندماج النوويين. فهل إن العكس، أي تحول الطاقة إلى كتلة، ممكن؟

إن التجارب التي أجريت في موضوع ظاهرة كمبتن باستخدام إشعاعات قصيرة جداً مثل إشعاعات جاما كشفت عن تخليق أزواج من الإلكترونات والبوزيترونات (إلكترونات موجبة) حيث لوحظ حصول فقدان كبير في طاقة الفوتونات الساقطة على المادة بحيث كان مجموع الطاقة الحركية للإلكترونات والفوتونات المتشتتة لا يغطي الطاقة الكلية للفوتونات الساقطة. وبعد البحث والتقصي وجد أن هنالك إلكترونات وبوزيترونات قد تخلقت من الفوتونات الساقطة. وبتحليل العملية نلاحظ

أن فوتون جاما يتحول إلى زوج إلكترون وبوزيترون. وبالتالي فإن هذه العملية تحصل إذا ما كان لدينا فوتون طاقته على الأقل تساوي $2m_0c^2$ أي 1.022 MeV وما زاد عن ذلك يكون طاقة حركية للزوج من الجسيمات.

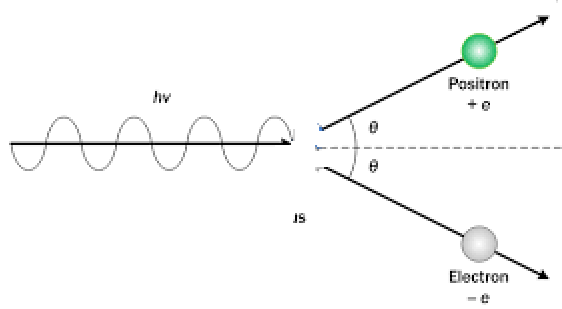


الشكل (2–17) تخلق الأزواج

العملية العكسية ممكنة أيضاً وهي التي تسمى فناء الأزواج Pair Annihilation حيث يجتمع الإلكترون مع البوزيترون ويفنيان كجسيمات متحولان إلى فوتونين.

لاحظ أننا يمكن أن نولّد الزوجين الإلكترون والبوزيترون بفوتون واحد لكننا لا نحصل على فوتون واحد عند إجتماع الزوجين بل نحصل على فوتونين. لماذا؟ السبب هو ضرورة حفظ الزخم الخطي إذ لا يمكن أن ينحفظ هذا الزخم بتوليد فوتون واحد.

ملاحظة ثانية تقول إنه لا يمكن توليد زوجي الجسيمات في الفراغ إذ لابد من وجود كتلة ثقيلة يتم عندها توليد هذه الأزواج فضلاً عن توفر الفوتنات بالطاقة اللازمة. لماذا؟ مرة أخرى لضرورة انحفاظ الزخم الخطي.



الشكل(2−18)

فلو أن الزوجين عند فنائهما تحولا إلى فوتون واحد، كما في الشكل (2−18)، لكانت لدينا معادلة حفظ الزخم الخطي كما يلي:

$$\frac{hv}{c} = 2p\cos\theta \qquad (30\text{-}2)$$

أي أن

$$hv = 2pc\cos\theta \qquad (31\text{-}2)$$

ولما كان قانون حفظ الطاقة يتطلب $hv = 2mc^2$ وبما أن $p = m\text{v}$ فإن

$$hv = 2mc^2\left(\frac{\text{v}}{c}\right)\cos\theta \qquad (32\text{-}2)$$

ولما كانت $\text{v}/c < 1$ وإن $\cos\theta \le 1$، فإن هذا يعني أنه يجب أن تكون

$$hv < 2mc^2$$

وهذا أمر غير مقبول لأنه يخالف شرط حفظ الطاقة. بالتالي نستنتج أنه لا يمكن أن يتم انتاج أزواج الجسيمات تلقائيا في الفراغ بمجرد توفر الطاقة ما لم تكون هنالك كتلة تمتص ارتداد هذه الجسيمات المتولدة.

أسئلة الفصل الثاني

س1) ما هي فرضية بلانك الأساسية التي فسّر بها إشعاع الجسم الأسود؟

س2) ما هي فرضية أينشتاين التي فسّر بها ظاهرة التأثير الكهرضوئي؟

س3) هل تثبت ظاهرة التأثير الكهرضوئي أن الضوء هو أمواج متصلة أم كمات منفصلة؟ هل يحصل في هذه الظاهرة تبادل طاقة أم تبادل زخم؟ وما الفرق بين الحالين؟

س4) ما الفرق بين ظاهرة التأثير الكهرضوئي وظاهرة كمبتن؟ هل الطاقة الممتصة من الإلكترونات الساكنة في هذه الظاهرة مكممة؟ لماذا؟

س5) هل يمكن لحزمة من أشعة X أن تولّد إلكترونا وبوزيتروناً؟ لماذا؟

س6) لماذا لا يمكن تخليق أزواج الجسيمات في الفراغ حتى بتوفر الطاقة اللازمة؟

س7) ما هي التطبيقات العملية لحيود الأشعة السينية؟ هل يوجد في قسمكم مختبر لقياس حيود الأشعة السينية؟

س8) كيف يمكنك أن تقيس طول موجة ضوء أخضر ينبعث من مصدر حراري؟ كيف يمكننا قياس طول موجة أشعة X ونحن لا يمكننا أن نراها؟

س9) ما السبب في أن الفوتون في ظاهرة التأثير الكهرضوئي يعطي كامل طاقته إلى الإلكترون على حين أن الفوتون في ظاهرة كمبتن يعطي جزء من طاقته فقط؟

مسائل الفصل الثاني

م1) إحسب طول الموجة لأعظم شدة تصدر عن جسم ساخن درجة حرارته 2900K وإحسب طاقة الفوتون.

م2) تم تشعيع كرة من الفضة معلقة في الفراغ بخيط عازل بأشعة فوق بنفسجية طول موجتها 200 مايكرون ما مقدار فرق الجهد الأعظم الذي يمكن أن يتولد بين هذه الكرة والأرض إذا علمت أن دالة الشغل للفضة هي 4.7eV؟

م3) إحسب أقل طول موجة لأشعة X تصدر عن جهاز الأشعة الذي يعمل تحت فرق جهد مقداره 30 ألف فولت.

س4) إحسب فرق الجهد اللازم لجهاز الأشعة السينية الذي يولد لنا حزمة ذات طوا موجي قدره 0.5 نانومتر علماً أن كفاءة الجهاز هي 30%.

س5) حول الكمية hc إلى وحدات eV.nm وبين أنها تساوي تقريباً 1241 eV.nm

ص6) إحسب طاقة الفوتون الذي طول موجته 500 نانومتر واحسب زخمه بوحدات eV/c.

س7) مصدر ضوء مسلط على سطح معدني يولد إلكترونات ذات طاقة حركية قدرها 1 eV ومصدر آخر له طول موجي بمقدار نصف طول موجة المصدر الأول يسلط على نفس السطح فيولد إلكترونات بطاقة حركية قدرها 4 eV ما مقدار دالة الشغل للمعدن؟

الفصل الثالث: الخواص الموجية للجسيمات

Wave Properties of Particles

كشفت الظواهر التي عرضنا لها في الفصل السابق أن للأمواج في العالم المجهري (والقصيرة منها على وجه الخصوص) تصرفاً جسيمياً هذا التصرف Microscopic الذي تُعبر عنه صفتي التكميم وإمتلاك الزخم. في هذا الفصل سنقدم بياناً لتفسير تلك الصفات الجسيمية للأمواج وسنبين أن للجسيمات صفات موجية أيضاً في ثم لتقديم Wavepacketتوطئة للتمثيل الموجي للجسيمات بما يسمى رزمة الأمواج ما ينطوي عليه هذا التمثيل من التضحية بالدقة الكلاسيكية في القياس فنقدم ما Quantumيتضمنه مبدأ اللادقة لهيزنبرغ والذي هو أول أركان ميكانيك الكموم . وهذا كله إنما يمهد للصياغة المعادلة الرئيسية في هذا العلم وهي Mechanics معادلة الفيزيائي إروين شرودنجر التي هي الأخرى ركن من أركان ميكانيك الكموم اللانسبوي والتي ستكون موضوع الفصل الخامس من هذا الكتاب.

فرضية دي بروي

أدت نتائج التجارب الكثيرة التي ذكرناها في الفصل السابق الى الشعور لدى الفيزيائين أن الأمواج في العالم المجهري Microscopic تتمتع بصفات جسيمية. هكذا إنطلقت فكرة ثنائية الموجة والجسيم Wave-Particle Duality في العالم المجهري. لكن كيف السبيل الى وضع تصور رياضي لمثل هذه الفكرة بحيث يكون التصور قابلا للتداول حسابياً وبما يوفر نتائج حسابية تطابق الواقع التجريبي؟

وضع الفرنسي لويس دي بروي de Broglie عام 1924 علاقة رياضية بسيطة تربط الصفة الموجية بالصفة الجسيمية وهذه العلاقة هي

$$\lambda = \frac{h}{p} \qquad (1-3)$$

حيث أن λ هي الطول الموجي وp هي زخم الجسيم. هذه العلاقة لا تعبر عن جسيم ولا عن موجة بل عن كينونة ثنائية لها وجه جسيمي وآخر موجي. ويمكن

فهم هذه العلاقة على أنها علاقة تكافؤ بين الوجه الجسيمي وهو زخم الجسيم والوجه الموجي وهو الطول الموجي. بمعنى أننا إذا تصورنا الإلكترون جسيماً ذي زخم p موجة فإنه يمثل موجة طولها هو λ ويعطى حسب علاقة دي بروي أعلاه.

إذا وظفنا نظرية النسبية الخاصة وعلاقة بلانك لطاقة الفوتون فإن العلاقة (3−1) تنطبق على الجسيمات عديمة الكتلة كالفوتونات لكن دي بروي كان جريئاً جداً (أو مجنوناً!) عندا إدعى أن العلاقة تنطبق أيضاً على الجسيمات ذوات الكتلة كما تنطبق على الفوتونات. ولكن إذا كان للجسيم تصوير موجي فما نوع هذه الموجة؟ هل هي موجة كهرمغناطيسية؟ أم موجة ميكانيكية أم ماذا؟

لم يكن واضحا لدى الفيزيائيين أول الأمر نوع الموجة التي يمثلها الجسيم لكن طالما أن الجسيمات هي جزء من تكوين المادة على الأقل، فإن هذه الموجات لابد أن تتصل بالمادة فسميت **موجات مادية**Matter Waves. إنما في حالة كموم الضوء (الفوتونات) فإن هذه الأمواج هي أمواج كهرمغناطيسية. سنرى لاحقاً أن أمواج دي بروي في الحقيقة هي أمواج الإحتمالية حيث أن كثافتها هي معيار لمكان وجود الجسيم.

إن علاقة دي بروي (3−1) تقول أن التصرف الموجي للأجسام الكبيرة لايظهر بوضوح في العالم الجهري Macroscopic لذلك لا يوجد أثر للتصرف الموجي حين ننظر إلى الأجسام الكبيرة مثل كرة المنضدة والسيارات والناس لأن زخوم هذه الأجسام في حركتها حتى لو كانت سرعتها قليلة. على حين أن الأجسام المجهرية الصغيرة كالإلكترونات والبروتونات وجزيئات الغازات وغيرها تظهر الصفات الموجية لأن زخومها صغيرة جداً. والمثال التالي يوضح ذلك

مثال1: إحسب طول موجة دي بروي لرصاصة كتلتها 50 غرام تتحرك بسرعة قدرها 350 متر في الثانية، ثم إحسب طول موجة دي بروي لإلكترون يتحرك بسرعة 10 مليون متر في الثانية.

الحل: بالنسبة للإطلاقة

$$\lambda_{bullet} = \frac{h}{m\text{v}} = \frac{6.6\times10^{-34}}{50\times10^{-3}\times350} = 3.8\times10^{-35}m$$

وهذا رقم يكاد يكون صفراً من الناحية العملية وأثره غير محسوس. أما بالنسبة للإلكترون

$$\lambda_{bullet} = \frac{h}{m\text{v}} = \frac{6.6\times10^{-34}}{9.1\times10^{-31}\times10^{7}} = 7.2\times10^{-11}m$$

وهذا رقم قابل للقياس ويمكن أن يكون أثره محسوساً.

لهذا السبب نقول أن الصفاة الموجية للأجسام لا تظهر في العالم الجهري بل تظهر في العالم المجهري.

مثال2: جد الطاقة الحركية للنيوترون الذي تكون طول موجته 1×10^{-13} متر، والذي طول موجته 1×10^{-16} متر. علماً أن $m_0 = 1.67\times10^{-27}\text{Kg}$

الحل: ينبغي أولاً أن نحسب زخم هذا الجسيم باستخدام علاقة دي بروي. لنجد أن

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.6\times10^{-34}}{1\times10^{-13}} = 6.6\times10^{-21}kg.mls$$

ولحساب الطاقة ينبغي أن نعرف هل أن هذا الزخم يمثل جسيم نسبوي أم لا نسبوى نظراً لأن الحساب في الحالتين مختلف. ولمعرفة ذلك نضرب الزخم في سرعة الضوء ونقارن الناتج بطاقة كتلة السكون، فإن كان قريبا منها أو أكثر حسبنا طاقة الحركة وفق الصيغة النسبوية وإن كان الناتج أقل كثيرا منها حسبناه وفق الصيغة اللانسبوية. الحساب يبين أن $pc = 6.6\times10^{-21}\times3\times10^{8} = 1.98\times10^{-12}\,J$ أي هو

$\frac{1.98\times10^{-13}}{1.6\times10^{-19}}=1.237\times10^{7}eV=12.3MeV$ وهذه القيمة أقل كثيرا من طاقة كتلة السكون للنيوترون هي بحدود 938 MeV والكمية 12.3 MeV أقل منها كثيراً وبالتالي فإن حسابنا للطاقة الحركية يجب أن يكون بالطريقة اللانسبوية أي

$$KE=\frac{p^2}{2m}=\frac{(6.6\times10^{-21})^2}{2\times1.67\times10^{-27}}=1.3\times10^{-14}J=8.12\times10^{4}eV=81.2\,keV$$

أما لو كان طول موجة دي بروي هو 1×10^{-16}متر فإن $p=6.6\times10^{-18}kg.mls$

وعندها $pc=1.98\times10^{-9}J=1.237\times10^{10}eV=12.37GeV$ وهذا أكبر من طاقة كتلة السكون للنيوترون البالغة بحدود 1 Gev بالتالي ينبغي الحساب بالطريقة النسبوية أي

$$\mathrm{KE}=E-m_0c^2=\sqrt{p^2c^2+m_0^2c^4}-m_0c^2=\sqrt{(12.37)^2+1}-1=11.41\,GeV$$

كم هي سرعة هذا النيوترون؟ نعرف أن

$$\mathrm{E}^2=(pc)^2-E_0{}^2\Rightarrow(pc)^2=E^2-E_0^2$$

$$E^2-E_0^2=p^2c^2=m^2\mathrm{v}^2c^2=m^2\left(\frac{v}{c}\right)^2c^4=E^2\left(\frac{v}{c}\right)^2$$

وهذا يعني أن

$$\frac{\mathrm{v}}{\mathrm{c}}=\sqrt{1-\left(\frac{\mathrm{E}_0}{\mathrm{E}}\right)^2}=\sqrt{1-\left(\frac{1}{12.37}\right)^2}=0.996$$

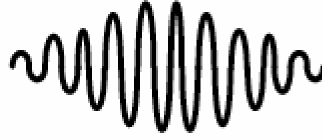
أي

$$\mathrm{v}=0.996c$$

ما هي أمواج دي بروي؟

نعلم أن الضوء والحرارة هي أمواج كهرمغناطيسية وهي عبارة عن تغيرات في المجالين الكهربائي والمغناطيسي وتنتقل في الفراغ بسرعة الضوء دونما حاجة إلى وسط ناقل، ونعلم أن الصوت هو أمواج ميكانيكية تتألف من تضاغطات وتخلخلات في الوسط الناقل. فما هي أمواج دي بروي؟

الحقيقة إن أمواج دي بروي تعبر بشكل أو بآخر عن الجسيمات التي تمثلها. لذلك فإن شدة هذه الأمواج تعبر عن كثافة وجود الجسيمات في منطقة معينة. طيب ممكن أن نقتنع بأن هذا التعبير صحيح عندما يتعلق الأمر بمجموعة من الجسيمات لكن ماذا لو كان لدينا جسيم واحد فقط، هل يكون لتعبير الكثافة معنى؟ إذا تصورنا الجسيم كرة مصمتة ذات إمتداد صغير جداً (جسيم نقطوي) فلا معنى للكثافة عندئذ. لكننا حين نتصور الجسيم موجة فلابد أن يكون له إمتداد. مثلا لو تصورنا الجسيم نبضة كما في الشكل (3-1) فإنه دون شك سيمثل توزيعا مكانياً يمتد على مساحة أو حجم معين وعندئذ يكون للكثافة معنى. لكن هل هذه هي كثافة الجسيم نفسه أم ماذا؟ الحق أن هذه ليست كثافة الجسيم ولا علاقة له بها بل هي كثافة إحتمالية وجود الجسيم ذلك أن وجود الجسيم في هذا التصور الموجي لا يتمثل بنقطة عند موقع ثابت لا يتغير، بل الجسيم في التصور الموجي هو نقطة متحركة لا يقر لها قرار تتحرك حركة دقيقة لمسافات تفاضلية differential distances في جميع الاتجاهات وبسرع عالية جدا فتؤلف توزيعا إحتمالياً نمثله في بعدين كنبضة كما في الشكل (3-1). وهذه عادة نسميها رزمة أمواج wave packet.



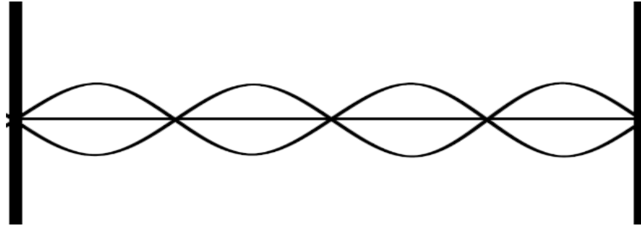
الشكل (3−1) رزمة موجية

ولهذا السبب فإن وجود الجسيم يتبع توزيعاً إحتمالياً. والموقع الذي يتواجد فيه الجسيم أغلب الوقت يمثل الموقع الأكثر إحتمالية للجسيم لذلك تسمى هذه أمواج مادية matter waves.

رزمة الأمواج Wave Packet

جلب إقتراح دي بروي فكرة تمويج الجسيمات، أي التعبير عن الجسيم بموجة أو رزمة من الأمواج. فأنتبه الفيزيائيون إلى حقيقة أن الجسيم عموماً يتمتع بصفتين أساسيتين هما: التحيّز locality والثبات imutability على حين أن الموجة تتمتع بصفين مناقضتين هما: الإمتداد extension والتغير mutability، فالموجة لا تقر على قرار.

إن أبسط طريقة لتحييز موجة هو حصرها بين حائطين في هذه الحالة يصبح موجة واقفة standing أو متراوحة stationary وهذه الموجة بارتدادها المستمر ستشكل حصياتها موجة مجتمعة مع نفسها كما في الشكل(3−2).



الشكل (3−2) موجة متراوحة

لكن ماذا لوجمعنا موجتين مختلفتين قليلاً في الطول الموجي وفي التردد ماذا نجد؟ لنجرب

دعنا نأخذ موجتين بينها فرق صغير في التردد مقداره $\Delta\omega$ والعدد الموجي Δk

$$y_1(x,t) = A\cos(kx - \omega t) \qquad (2\text{-}3)$$

$$y_2(x,t) = A\cos\left[(k+\Delta k)x - (\omega + \Delta\omega)t\right] \qquad (3\text{-}3)$$

ولنجمع هاتين الموجتين. ماذا نحصل؟ سنجد أننا باستخدام العلاقة المثلثية

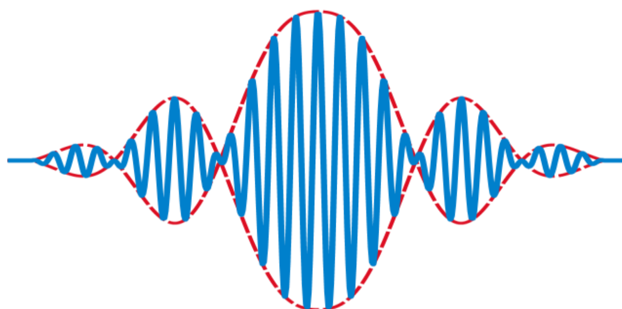
$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\cos\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$$

نحصل على

$$y(x,t) = y_1 + y_2$$

$$= 2A\cos\frac{1}{2}[(2k+\Delta k)x - (2\omega + \Delta\omega)t]\cos\left(\frac{\Delta kx}{2} - \frac{\Delta\omega t}{2}\right) \qquad (4\text{-}3)$$

ولو رسمنا هذه النتيجة لوجدنا أنها تعبر عن موجتين متداخلتين فيما بينهما تولدان نمطين من الأمواج الأول هو موجة الطور Phase Wave ذات التردد العالي والطول الموجي القصير وهي ذات سعة متغيرة من موقع لآخر والثاني هو موجة الزمرة Group Wave وهي الموجة الشاملة التي تغلف أمواج الطور. إن موجة الزمرة هي التي تمثل الجسيم وهي التي تتحرك بسرعة مساوية لسرعة الجسيم كما سنرى. أما موجة الطور فهي تمثيل نظري صرف يعبر عن الأحوال الممكنة كموميا للجسيم.



شكل (3−3) رزمة موجية

يعني هذا أننا إذا ما أردنا التعبير عن الجسيم بموجة فلابد من أن يكون محصلة مجموعة أمواج وليس موجة واحدة. وهو يتمثل إذن برزمة أمواج wave packet مؤلفة من عدد كبير من الموجات الصغيرة تتراوح باستمرار لتؤلف موجة الزمرة كما مبين في الشكل (3–3). ينتج عن هذا الحال أننا نكون قد حيزنا الموجة ولكننا فقدنا الثبات فلم يعد الجسيم الممثل برزمة الأمواج ثابتاً بل متحولاً mutable.

تمثل أمواج الطور المؤلفة لرزمة الأمواج أحولاً مختلفة للجسيم فتمثل إختلافات في الموقع والزخم ويكون لها سعات مختلفة لكل حال من هذه الأحوال. وتسمى كل مويجة من المويجات حالة state . فالجسيم في التصور الموجي يتحول إلى جملة أحوال أو حالات. وهذا ما يؤدي إلى تمثيل الجسيم نظرياً كمجموعة حالات متراكبة على بعضها وهذا مايسمى بدأ تراكب الأمواج superposition principle, وسنأتي على استعمال هذا المبدأ لاحقاً إذ أن له اهمية كبيرة في ميكانيك الكم.

سرعة الطور وسرعة الزمرة

ولكن ما تردد هذه أمواج دي بروي وما سرعتها؟ يتضح من المعادلة (3–4) أن لدينا موجتان واحدة ذات تردد عالي وطول موجي قصير هي موجة الطور والثانية ذات تردد واطي وطول موجي كبير هي موجة الزمرة وبالتالي فإن سرعة كل منهما ستختلف عن الأخرى. موجة الطور سرعتها هي $v_p = \frac{\omega}{k}$ على حين أن سرعة الزمرة هي $v_g = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}$. لذا نعوض عن

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi mc^2}{h} \qquad (5\text{-}3)$$

ونعوض عن

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi p}{h} = \frac{2\pi m\text{v}}{h} \qquad (6\text{-}3)$$

بالتالي فإن

$$v_p = \frac{c^2}{v} \qquad (7\text{-}3)$$

وبما أن سرعة الجسيم أقل عادة من سرعة الضوء $(v \le c)$ فأن سرعة موجات الطور تكون أكبر من سرعة الضوء للجسيمات ذوات الكتل. أما للضوء والأمواج الكهرمغناطيسية فهي c فقط. ربما يعترض أحدنا فيقول بموجب نظرية النسبية لا توجد سرعة أكبر من سرعة الضوء فكيف يحصل هذا؟ الجواب إن نظرية النسبيية تقول إنه لا توجد معلومة تنتقل بسرعة أكبر من سرعة الضوء. لكن مويجات الطور لا تنقل معلومة بحسب قناعة الفيزيائيين لكونها أساساً لا تبرح مكانها تحت موجة الزمرة فهي تراوح تحتها باستمرار.

أما سرعة الزمرة فنجدها كما يلي

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d\omega / dv}{dk / dv}$$

وحيث أنه وما في المعادلة $(5-3)$ لدينا

$$\omega = \frac{2\pi mc^2}{h} = \frac{2\pi m_0 c^2}{h\left(1 - v^2/c^2\right)^{1/2}}$$

وبالتالي فإن

$$\frac{d\omega}{dv} = \frac{2\pi m_0 v}{h\left(1 - v^2/c^2\right)^{3/2}}$$

كذلك لدينا من $(6-3)$

$$k = \frac{2\pi mv}{h} = \frac{2\pi m_0 v}{h\left(1 - v^2/c^2\right)^{1/2}}$$

$$\frac{dk}{dv} = \frac{2\pi m_0}{h\left(1 - v^2/c^2\right)^{3/2}}$$

فإن من اليسير أن نجد أن

$$v_g = v \qquad (8\text{-}3)$$

أي أن سرعة الزمرة هي سرعة الجسيم نفسها.

مثال: إلكترون له موجة دي بروي طولها 2×10^{-12} متر. جد طاقته الحركية. واحسب سرعة موجة الطور وسرعة موجة الزمرة.

الحل: أولا يجب معرفة سرعة هذا الإلكترون ولهذا الغرض نجد زخمه باستخدام علاقة دي بروي، كما فعلنا في المثال السابق. ثم نحسب pc ونقارنها مع طاقة كتلة السكون للإلكترون لكي نقدر ما إذا كان علينا أن نتعامل معه نسبوياً أو لا نسبوياً. ربما يكون من الأفضل أن نتعامل بوحدات الإلكترون فوط منذ البداية ولهذا الغرض نستخدم $h = 4.136\times10^{-15} eV.s$

$$pc = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(4.136\times10^{-15} eV.s)(3\times10^{8})}{2\times10^{-12}} = 620 \text{ keV}$$

وبما أن طاقة كتلة السكون للإلكترون هي 511 keV لذلك فإن هذه الحالة نسبوية لدينا

$$\text{KE} = E - E_0 = \sqrt{p^2c^2 + E_0^2} - E_0 = \sqrt{(620)^2 + (511)^2} - 511 = 292.44 \text{keV}$$

ومنها نجد سرعة الإلكترون

$$\text{v} = c\sqrt{1 - \frac{E_0^2}{E^2}} = c\sqrt{1 - \frac{(511)^2}{(803)^2}} = 0.771c$$

بالتالي فإن

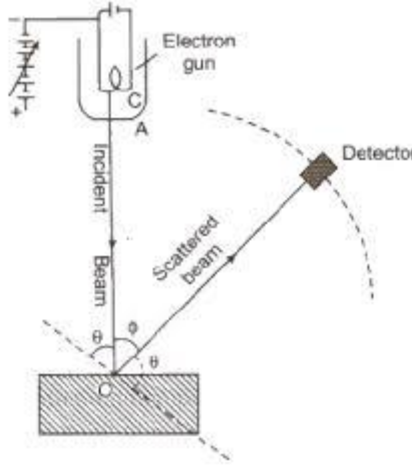
$$\text{v}_g = v = 0.771c$$

$$\text{v}_p = \frac{c^2}{0.771c} = 1.3c$$

إن موجات الطور وموجة الزمرة ليست مقتصرة على أمواج دي بروي بل هي موجودة في موجات البحار والمحيطات. لكن سرعة موجة الزمرة وسرعة أمواج الطور لهذه الأمواج تختلف طبعاً عن سرع أمواج دي برولي الواردة أعلاه. وتجد في المسائل في نهاية هذا الفصل مثالاً على ذلك.

حيود الجسيمات Praticle Diffraction

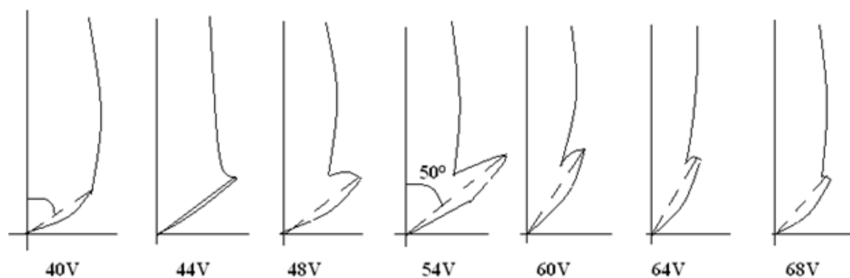
المقصود بحيود الجسيمات تداخلها مع بعضها إثر مرورها من شق ضيق كما تتداخل أمواج الضوء مع بعضها إثر مرورها من الشقوق الضيقة. وقد جاء اكتشاف حيود الجسيمات لاحقاً لاقتراح لويس دي بروي الذي يقول بوجود الصفات الموجية للجسيمات وبالتالي فقد اعتبر الفيزيائيون هذا الإكتشاف تحقيقاً لفرضية دي بروي فنال شهرة سريعة بسبب ذلك وحصل على جائزة نوبل في الفيزياء. ومرة أخى في هذه التجربة استخدم الفيزيائيان دافيسن وجيرمر Davisson & Germer البلورات كشقوق بدل محززات الحيود. وهنا يتم الحيود بالإنعكاس حيث تسلط حزمة من الإلكترونات على شريحة بلورية ويتم متابعة ما ينعكس منها لنجد أن شدة الجسيمات المنعكسة تتغير بحسب زاوية الكاشف.



الشكل (3-4) تجربة حيود الإلكترونات

استخدم دافيسن وجيرمر في أول الأمر هدفا من النيكل وبموجب التوقعات فإن شدة الإلكترونات المنعكسة عن الهدف تحصل بتغيرات بسيطة جدا مع زاوية الاستقبال. لكن حصل أثناء التجربة أن هواء تسرب إلى الحجرة المفرغة التي فيها الهدف مما أدى إلى تأكسد شريحة النيكل. ولكي يتم التخلص من الأوكسجين قام

الباحثان بوضعشريحة النيكل في فرن لبعض الوقت ثم أخرجوها وأعادوها إلى الجهاز وأعادوا التجربة. وجدوا هذه المرة أن النتائج مختلفة جداً. فبدلا من الحصول على شدة متساوية للزوايا التي يكون عليها الكاشف وجدوا أن هنالك اعتماد واضح على زاوية التشتت ففي مواضع تكون الشدة ضئيلة أو منعدمة وفي مواضع أخرى تكون الشدة على أعظمها.



الشكل (3−5)

ما سبب هذا التأثير؟ ولماذا حصل بعد تسخين شريحة النيكل؟ الجواب الأول إن هذا يعني أن اللإلكترونات تتصرف كأمواج وفقا لاقتراح دي بروي. والثاني إن تسخين النيكل إلى درجات حرارة عالية يؤدي إلى إنصار سطح الشريحة وتجمع البلورات الصغيرة المؤلفة للسطح وتحولها إلى هيئة بلورية كبيرة تؤدي عملها في تشتيت الإلكترونات نظاميا بحيث يحصل تداخل بين الأمواج التي تمثلها.

وعند تطبيق الحسابات وجد أن توزيع الشدة يتوافق مع العلاقة

$$2d\sin\theta = n\lambda \qquad (9\text{-}3)$$

فلو أخذنا $d = 0.091\,\text{nm},\ \theta = 65^\circ$ فإن للمرتبة الأولى n=1 يكون طول موجة دي بروي لتلك الإلكترونات

$$\lambda = 2d\sin\theta = 2\times 0.091\times 10^{-9}\sin 65 = 0.165\text{nm} \qquad (10\text{-}3)$$

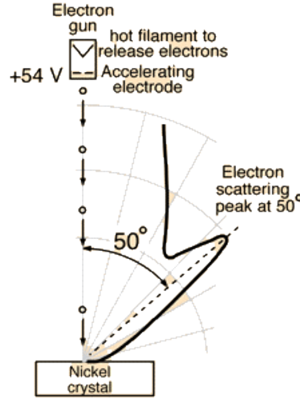
والآن نستخدم علاقة دي بروي ونقارن، وحيث أن الطاقة الحركية للإلكترونات هي 54 eV قليلة فهي لا نسبوية بالتالي فإن زخم الجسيمات سيكون

$$p = \sqrt{2m\text{KE}} = \sqrt{2\times 9.1\times 10^{-31}\times 54\times 1.6\times 10^{-19}} = 4\times 10^{-24}\ \text{kg.m/s}$$

بالتالي فإن طول موجة دي بروي هو

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.6\times10^{-34}}{4\times10^{-24}} = 1.66\times10^{-10}\,\mathrm{m} = 0.166\,\mathrm{nm} \tag{11-3}$$

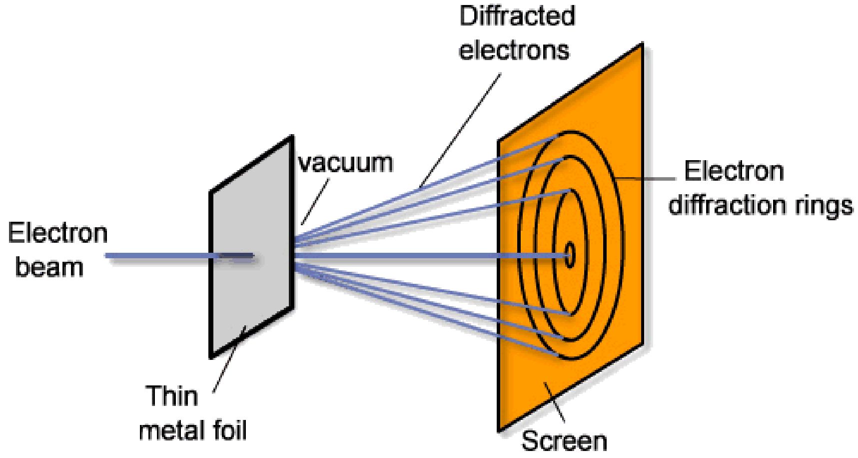
وهذه النتيجة تتفق مع التجربة تماماً. إن ما قدمناه أعلاه هو معالجة مبسطة لتجربة دافيسن وجيرمر إلا أن التجربة الحقيقية وحساباتها الدقيقة أعقد من هذا بكثير.



الشكل (3−6) نتائج تجربة حيود الإلكترونات

تجربة ثمسون لحيود الإلكترونات

في الوقت الذي كان فيه دافيسن وجيرمر يجريان تجارب تشتت الإلكترونات عن طريق الإنعكاس عن سطح المعادن كان الفيزيائي ج. ب ثمسون وهو إبن ج.ج. ثمسون يجري تجارب على حيود الإلكترونات عند مرورها من خلال البلورات. وحقيقة فإن تجربة هذا الرجل كانت أوضح من تجربة دافيسن وجيرمر. حيث وضع ثمسون بلورة في طريق حزمة من الإلكترونات فوجد أن اللاإلكترونات الخارجة من البلورة تشكل حزم تداخل بنّاء وهدّام كما في الشكل (3−7). إن هذه التجربة هي التي نجريها في المختبر لتوضيح حيود الجسيمات.



الشكل (3−7) تجربة ثمسون لحيود الإلكترونات

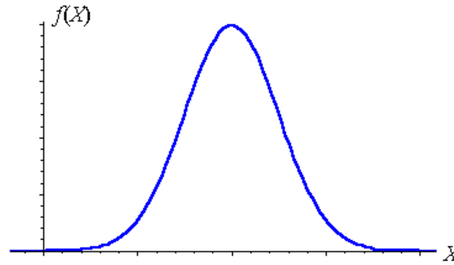
دالة الموجة Wave Function

إن نتائج تجربة حيود الجسيمات أكدت أن للجسيمات الدقيقة صفات موجية ظاهرة وإن اتفاقها في الحسابات مع ما نجده من علاقة دي بروي أبرز ضرورة التمثيل الموجي للجسيمات. وهكذا كان الأمر بالفعل إذ لجأ الفيزيائيون إلى إنشاء صيغ رياضية تُعبّرعن الرزمة الموجية ممثلاًللجسيم. هذه الصيغ سميت دالة الموجةwave function ويرمز لها بالحرف باليوناني ψ. وسنأتي على دراسة هذا التمثيل الموجي بالتفصيل في الفصل الخامس من هذا الكتاب. لكننا لابد أن نعرف الآن أن التمثيل الموجي للجسيمات يجعل منها مجموعة أحوال، كل منها يمثل حالة ممكنة للجسيم ونحن عندما نقيس أي خاصية فيزيائية للجسيم كالزخم الخطي أو الطاقة فإننا نقع على واحدة من تلك الأحوال. بالتالي فإنه في الإطار النظري العام تكون دالة الموجة ممثلة لجميع الأحوال الممكنة للجسيم، وحين نقيس أي من

خصائص الجسيم فإننا نعثر على كمية عشوائية هي واحدة من تلك الكميات الممكنة لقيمة المتغير الفيزيائي المقصود. ولكن كيف نتمكن من توزيع هذه الكيات العشوائية على احتمالياتها؟ بمعنى كيف نتوقع أن يكون توزيع الإحتماليات للقيم المختلفة الممكنة فيما لو كان النظام الذي أمامنا حراً غير مقيد بجهد خارجي؟

توزيع غاوس Gaussian Distribution

في معالجة النظم الطبيعية الحرة عندما نقوم بقياس كمية مثل x ويكون هنالك مقدار عشوائي من اللادقة في القياس فإن نتائج القياس تتوزع على منحنى كما في الشكل (3–8).مثلاَ إذا قمنا بتسجيل أعمار الناس واخترنا عينة عشوائية مؤلفة من 10000 شخص في السوق فإننا سنجد أن توزيع الأعمار على عدد الأشخاص يتبع منحنى غاوس والذي يتمحور حول أعلى قيمة ممكنة وهي القيمة التي تمثل متوسط الأعمار والتي نرمز لها x_0 مثلاً.



الشكل (3–8) منحنى التوزيع الغاوسي

وإحصائياً يكون الانحراف المعياري standard deviation الذي يرمز اليه بالحرف σ مقياساً لانتشار قيم x حول القيمة x_0 حيث نعرّفها بالعلاقة

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - x_0)^2} \qquad (12\text{-}3)$$

حيث N هو العدد الكلي للقيم المقاسة. إن عرض منحنى غاوس عند منتصف إرتفاعه هو 2.35σ. وإن منحنى غاوس في الشكل (3–8) تمثله الدالة

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-(x-x_0)^2/2\sigma^2} \qquad (13\text{-}3)$$

حيث أن *f(x)* تمثل احتمالية إيجاد القيمة x في عملية قياس معينة. وإن إحتمالية أن تكون قيمة x محصورة بين x_1 و x_2 هي

$$P_{x_1,x_2}=\int_{x_1}^{x_2} f(x)dx \qquad (14\text{-}3)$$

وهكذا يمكننا أن نجد إحتمالية أن تكون القيمة ضمن إنحراف معياري واحد إذ تكون $x_1 = x_0 - \sigma$ فيما تكون $x_2 = x_0 + \sigma$ ولذا فإن

$$P_{x_1,x_2}=\int_{x_0-\sigma}^{x_0+\sigma} f(x)dx = 0.683 \qquad (15\text{-}3)$$

أي أن الإحتمالية هي 68.3%.

مبدأ هيزنبرغ في اللادقة Heisenberg's Uncertainty Principle

إن التوزيع الغاوسي الذي فرض نفسه على التمثيل الموجي جعل لقيم المتغيرات الفيزيائية انتشاراً بحيث لم يعد هنالك إمانية للقول بالقياس اليقيني للكميات الفيزيائية. وهذا ما جعل الفيزيائي فيرنر هايزنبرغ يكتشف مبدأ اللايقين أو عدم التحديد للكميات الفيزيائية. وهذا المبدأ جاء من علاقة دي بروي نفسها. فنحن نعلم أن هنالك علاقة بين مدى انتشار العدد الموجي Δk والمسافة Δx حيث

$$\Delta x \Delta k \geq \frac{1}{2} \qquad (16\text{-}3)$$

وبما أن $k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi p}{h}$ أي أن

$$\Delta p = \frac{h\Delta k}{2\pi} \qquad (17\text{-}3)$$

فإنه وبموجب العلاقة (16−3) يكون

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{4\pi} \qquad (18\text{-}3)$$

هذه العلاقة هي علاقة هايزنبرغ في اللادقةHeisenberg Uncertainty Principle. ماذا تعني؟ إنها تقول: **لايمكن تحديد زخم جسيم وموقعه في آن واحد وبدقة لامتناهية في آن واحد.** بمعنى أننا لو أردنا أن نحدد موقع جسيم بدقة لامتناهية فإننا سنضيع زخمه تماماً ولن نتمكن من معرفته والعكس صحيح فلو أردنا أن نحدد زخم الجسيم بدقة لا متناهية فإننا لن نستطيع معرفة موقعه أبداً. إذن فلابد من وجود قدر من اللادقة في تحديد موقع الجسيم وزخمه بحيث يكون مضروبهما أكبر من $\hbar/2$ فهذا هو الحد الأدنى لمضروب اللادقة في قياس موقع الجسيم وزخمه آنياً. ولكن هل هذه الدقة المفروضة توجد بسبب وجود خلل في أجهزة القياس؟ الجواب: لا. بل هي قانون فطري في تكوين العالم لا علاقة له بدقة أجهزة القياس ولا بطرائق القياس. فمهما تطورت أجهزة القياس فلا يمكن أن نتوقع إلغاء مبدأ اللادقة هذا.

اللادقة في الطاقة والزمن

هنالك علاقة أخرى لمبدأ اللادقة وهذه تربط ما بين الطاقة والزمن. حيث وجد هيزنبرغ أن

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar/2 \qquad (19\text{-}3)$$

وهذا يعني أنه لا يمكن قياس مقدار التغير في الطاقة لأي نظام خلال فترة زمانية بدقة لامتناهية بل لابد من وجود لادقة في القياسين تتناسب مع ثابت بلانك. ولهذه العلاقة تطبيقات مهمة جداً سندرسها في مقرر ميكانيك الكم.

تطبيقات مبدأ اللادقة

لمبدأ اللادقة مضامين وتعلقات كثيرة. وسيتم التوسع في دراسة هذا المبدأ لاحقا ضمن مقرر ميكانيك الكم حيث يتم معالجة الأسس الرياضية والفيزيائية للمبدأ على

نحو أكثر عمقاً، فضلاً عن الكشف عم مضامينه بقدر أوسع. لكن دعنا الآن نأخذ بعض التطبيقات الحسابية البسيطة.

مثال (1): في عملية قياس لموقع بروتون وجدنا أن بامكاننا تحديد موقعه بحدود $\pm 1.0\times 10^{-11}$ متر. جد مقدار اللادقة موقعه بعد ثانية واحدة على افتراض أن سرعته أقل كثيرا من سرعة الضوء.

الحل:

دعنا نرمز للادقة موقع البروتون بالرمز Δx_0 عند الزمن $t=0$ لذا فإن اللادقة في تحديد زخم البروتون عند هذه اللحظة ستكون

$$\Delta p \geq \frac{\hbar}{2\Delta x_0}$$

وبما أن الحالة لانسبوية $(\mathrm{v} << c)$ فإن $\Delta \mathrm{p} = \mathrm{m}\Delta \mathrm{v}$ وبالتالي فإن اللادقة في سرعة البروتون هي

$$\Delta \mathrm{v} = \frac{\Delta p}{m} \geq \frac{\hbar}{2m\Delta x_0}$$

ولكن اللادقة في المسافة التي سيقطعها البروتون خلال الزمن هي $\Delta x = t\Delta \mathrm{v}$ بالتالي فإن

$$\Delta x \geq \frac{\hbar t}{2m\Delta x_0}$$

ويتضح منها أن اللادقة في تعيين الموقع تزداد مع مرور الزمن وتتناسب عكسياً مع اللادقة الإبتدائية فكلما كانت هذه أصغر كانت اللادقة النهائية أكبر. بعد ثانية واحدة يكون مقدار اللادقة في تحديد الموقع هو

$$\Delta x \geq \frac{(1\times 10^{-34})(1)}{2(1.67\times 10^{-27})(1\times 10^{-11})} = 3.15\times 10^{3}\ \mathrm{m}$$

ويتضح من هذه النتيجة أن البروتون بعد ثانية واحدة يكون قد ضاع تماما حيث تبلغ اللادقة في تحديد موقعه ما يزيد على ثلاثة كيلومترات!! هذا رقم كبير، كيف لك أن تجد بروتون في مسافة ثلاثة كيلومترات. إن سبب حصول هذه الحالة غير

المتوقعة يعود إلى انتفاخ رزمة الموجة التي تمثل البروتون وإتساعها سريعاً. هذا ما ستدرسه في مقرر ميكانيك الكم (أنظر: الطائي مقدمة في ميكانيك الكم، ج1) حيث سنرى أن رزمة الموجة للجسيمات اللانسبوية تنتفخ سريعاً على حين أن هذه الرزمة للجسيمات النسبوية التي تقترب سرعتها من سرعة الضوء تبقى كما هي عملياً. لذلك فلا خوف على الجسيمات المتسارعة في المصادم الهادروني الكبير طالما كانت سرعاتها عالية جداً.

من جانب آخر لو كان لدينا بدلاً عن البروتون إطلاقة كتلتها 50 غرام مثلاً فإنه بعد ثانية واحدة يكون مقدار اللادقة في موقعها هو

$$\Delta x \approx \frac{(1\times10^{-34})(1)}{2(50\times10^{-3})(1\times10^{-11})} = 1\times10^{-22}\ \text{m}$$

وهذا مقدار مهمل بالتأكيد. بالتالي نستنتج أن الأجسام الجهرية لا تتعرض إلى ما تتعرض اليه الأجسام المجهرية من ضياع بسبب انتفاخ دالة الموجة.

مثال (2): قبل اكتشاف النيوترون عام 1932 أراد الفيزيائيون تفسير الفرق بين كتلة نواة الذرة وعدد البروتونات فيها كما يظهر لهم من شحنتها، وقد كانت التجارب تُظهر أن كتلة النواة أكبر من مجموع كتل الشحنات الموجبة (البروتونات) التي فيها بما يزيد على الضعف، فافترضوا وجود بروتونات بعدد مضاعف ووجود إلكترونات داخل نواة الذرة تتعادل شحناتها مع ما يساوي عددها من البروتونات. لكن الحسابات القائمة على مبدأ اللادقة أظهر لهم أن الإلكترونات لايمكن أن توجد في نواة الذرة. فهذا المبدأ يضع حدوداً على مواقع الجسيمات وعلى طاقتها فليس لهذه الكميات ا، تكون عشوائية.

لنرى كيف حصل ذلك ونسأل: ما هو الحد الأدنى للطاقة الحركية للإلكترون إذا ما وجد في نواة ذرة قطرها 10^{-14} متر.

الجواب:

$$\Delta p=\frac{\hbar}{2\Delta x}=\frac{1.054\times10^{-34}}{2\times10^{-14}}\approx5\times10^{-21}\text{kg}.m/s$$

يمكن القول أن الحد الأدنى لعدم الدقة يحصل إذا ما أخذنا $p\sim\Delta p$ ومن الواضح أن الحساب يبين أن

$$pc=5\times10^{-21}\times3\times10^{8}=1.5\times10^{-12}J=9.37\times10^{7}eV=93.7MeV$$

في هذه الحالة يجب حساب الطاقة الكلية بموجب العلاقة النسبوية

$$E=\sqrt{p^2c^2+m^2c^4}\approx pc=1.5\times10^{-12}J=9.37\text{MeV}$$

ولما كان الإلكترون لا يتوافر على هذا القدر من الطاقة في أي من أحواله داخل الذرة فقد عَرف الفيزيائيون أن الإلكترون لا يمكن أن يتواجد داخل نواة الذرة.

مناقشة: ناقش الموضوع من زاوية أخرى. إحسب طول موجة دي بروي للإلكترون الذي زخمه 5×10^{-21} كغم.متر/ثا . هل يمكن لنواة الذرة المذكورة أن تحوي مثل هذا الإلكترون؟ لماذا؟

أهمية قيمة ثابت بلانك

من الملاحظ أن ثابت بلانك يلعب دورا مهما في مبدأ اللادقة. فإن قيمة هذا الثابت الصغيرة جدا (6.6×10^{-34}J.s) تجعل من تأثيرات مبدأ اللادقة في العالم الجهري صغيرة جداً ولا تُغير شيئاً من بنية ومظاهر هذا العالم الكلاسيكية. لذلك لا نشعر في حياتنا اليومية بأي دور لمبدأ اللادقة. أما لو كانت قيمة ثابت بلانك أكبر كثيراً مما هي عليه الآن لظهرت تأثيرات مبدأ اللادقة في حياتنا اليومية ولرأينا السيارات في الشارع تسير باتجاهات متعاكسة أحيانا بل سنراها تنط فجأة

من مسرب الى آخر. وربما تداخلت مع بعضها البعض، ولما أمكننا تحديد مواقعها بقدر مضبوط. أما لو كانت قيمة ثابت بلانك أصغر كثيراً مما هي عليه الآن بمراتب كثيرة فإن تأثيرات مبدأ اللادقة في العالم المجهري سوف تتضائل وتختفي حتى أن العالم المجهري سيظهر وكأنه يتصرف كلاسيكياً وليس للمظاهر الموجية فيه أي أثر.

لقد طرحت مرة السؤال: كيف سنتصرف مع قياساتنا في عالم تكون فيه إشارة القياس الناقلة هي الصوت المسموع فقط؟ بمعنى أن نفترض ان العالم مؤلف من مشاهدين عميان لا وسيلة لهم في تقدير الأبعاد والمسافات إلا الصوت المسموع. فكيف سيكون الأمر بالنسبة لمبدأ اللادقة؟

إن مقدار اللادقة في القياس تكون عادة من رتبة طول الموجة المستخدمة في القياس. ولما كانت الأطوال الموجية في الصوت المسموع تتراوح ما بين 17 مليمترا وحتى 17 مترا، وهذا هو مدى مقدار اللادقة في تحديد مواقع الأشياء، فإننا بالتالي لن نتمكن من أن نعرف أي شئ عن البكتيريا مثلاً ولا عن تكوين الخلايا وربما سنحتاج الى تطوير وسائل أخرى نتمكن بها من اختراق العوالم الصغيرة. سيكون العالم المقتصر على السمع فقط بالتأكيد عالما متخلفاً مقارنة بعالمنا. فالحمد لمن أعطانا السمع والبصر.

ويستفاد من مبدأ اللادقة في تقدير حسابات الزخوم والطاقات للنظم الفيزيائية الكمومية. والمثال التالي يوضح كيف أننا باستخدام مبدأ اللادقة نتمكن من تقدير بعض الأمور المهمة دون إثباتها بالضرورة على نحو رصين وقطعي.

أسئلة مفاهيمية للفصل الثالث

ثنائية الموجة والجسيم

1. ما هي فرضية دي بروي؟ وما مضمونها؟
2. ماذا تعني نتائج تجربة دافيسن وجيرمر؟
3. ما هي دوافع فرضية دي بروي؟
4. ما هي رزمة الأمواج وماذا تمثل؟
5. كيف يمكننا تحييز الموجة؟
6. ما موجة الزمرة Group Wave؟ وما سرعتها قياسا الى سرعة الجسم؟
7. ما هي أمواج الطور Phase Waves وما سرعتها قياسا الى سرعة الجسم؟

مبدأ عدم التحديد (اللادقة)

1. ما منطوق مبدأ عدم التحديد؟ وما مضامينه؟
2. ما الجسيمات المجازية Virtual Particles؟ وما مشروعية إفتراضها؟
3. ما هي أصول مبدأ اللادقة وعن أي مفاهيم نشأ؟
4. ما هو مآل مبدأ عدم التحديد لو كان ثابت بلانك أصغر كثيرا من قيمته الحالية؟
5. ماذا سيكون عليه الحال في عالم يكون فيه ثابت بلانك أكبر من قيمته الحالية بألف مليار مرة؟
6. صف بشكل مختصر عالماً يعتمد في حركاته وقياساته على الصوت وليس على الضوء كوسيلة للملاحظة والقياس.

مسائل الفصل الثالث

م1) إحسب طول موجة البروتون المتحرك في قنوات المصادم الهادروني الكبير إذا علمت أن طاقته الكلية العظمى هي 7TeV.

م2) إثبت أن فرضية دي بروي تنطبق على الفوتونات أيضاً.

م3) إحسب مقدار اللادقة في قياس موقع البروتونات المتحركة داخل المصادم الهادروني الكبير إذا علمت أن طاقته الكلية العظمى هي 7 TeV. قارن النتيجة مع ما تجده في (م1) أعلاه.

م4) إذا علمت أن سرعة أمواج الطور لموجات المحيط كما يلي

$$v_p = \sqrt{\frac{2\pi g}{\lambda}}$$

حيث أن g هو تسارع الجاذبية إحسب سرعة أمواج الزمرة.

الفصل الرابع: البنيـة الذريـة

The Atomic Structure

خلال القرنين الثامن والتاسع عشر وجد الكيميائيون أن المواد يمكن تقسيمها إلى عناصر Elements ومركبات Compounds. فالعناصر هي عوامل أساسية لا يمكن اختزالها إلى ما هو أبسط منها (راجع الجدول الدوري للعناصر الطبيعية). وفي الطبيعة يتوفر 92 عنصراً طبيعياً أبسطها هو عنصر الهيدروجين *H* ثم الهيليوم *He* وهكذا. وأغلب المواد التي نتعامل معها في حياتنا اليومية هي ليست عناصر أساسية بل هي مركبات مؤلفة من هذه العناصر. وقد كان التفكير السائد أن العناصر تتألف من ذرات هي عبارة عن كرات مصمتة لا تركيب داخلي لها وأن المركبات تتألف من جزيئات تتكون بإتحاد ذرات العناصر مع بعضها، حيث تنشأ أواصر كهربائية بين تلك الذرات. وعلى هذا الأساس تعامل الكيميائيون مع المواد المختلفة. كما كان الكيميائيون قد وجدوا أن تفاعل العناصر مع بعضها لتأليف المركبات يبدو وكأن قطر ذرات العناصر يقع في حدود 10^{-8} سنتيتمر. من جانب آخر تعامل الفيزيائيون مع المركبات وخاصة الغازات وفق التصور نفسه لتركيب المادة واعتمدوا ما يسمى النظرية الحركية للغازات حيث تمكن بولتزمان من وضع بنية حسابية تقوم على نظرية العدد والإحتمالات فيما سمي إحصاء بولتزمان Boltzmann Statistics والذي تمكن من خلاله ذلك الفيزيائي المبدع من اشتقاق معادلات الثرموداينميكس على أسس البنية الجزيئية للغازات. وإحصاء بولتزمان اليوم هو أحد أهم مكونات الميكانيك الإحصائي. إلى جانب ذلك كان بعض الفيزيائيين منهمكين بدراسة اطياف المواد على اختلاف أنواعها وقد تمكنوا من وضع كاتلوجات لأطياف كثير من العناصر مما جعل علم الطيف أداة تقنية في تحليل المواد والتعرف على المركبات والعناصر.

لذلك ومع تدفق المعلومات والاكتشافات صار من الضروري وضع تصور للبنية الذرية لمعرفة كيفية تفاعل العناصر والمركبات مع بعضها وفهم هذه الظواهر من أجل التحكم بها.

الواقع التجريبي للأطياف الذرية

عند تسخين المواد أو تعريض أبخرتها التي تكون تحت ضغط واطئ إلى جهد كهربائي عالي تنطلق عنها إشعاعات كهرومغناطيسية بأطوال موجية مختلفة وقد كانت تحليلات وقياسات الأطياف المنبعثة قد كشفت عن علاقات تجريبيةEmpirical تحدد الأطوال الموجية للضوء المنبعث، وقد تبين أن هنالك سلاسل طيفية عديدة وهي كما يلي

سلسلة ليمان Lyman Series: والعلاقة المستنبطة تجريبيا التي تحددها هي

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

(1-4)

حيث تكون $n = 2,3,4....$ وحيث أن R هو ثابت ريدبرج ومقداره $1.096\times10^{7}\,m^{-1}$

.

تقع معظم الخطوط الطيفية لسلسلة ليمان في المنطقة البنفسجية وفوق البنفسجية.

سلسلة بالمر Balmer Series: والعلاقة المستنبطة تجريبيا التي تحددها هي

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad (2\text{-}4)$$

حيث تكون $n = 3,4,5....$

تقع معظم الخطوط الطيفية لسلسلة بالمر في منطقة الضوء المرئي وهذا هو من أهم الأسباب للإهتمام بها.

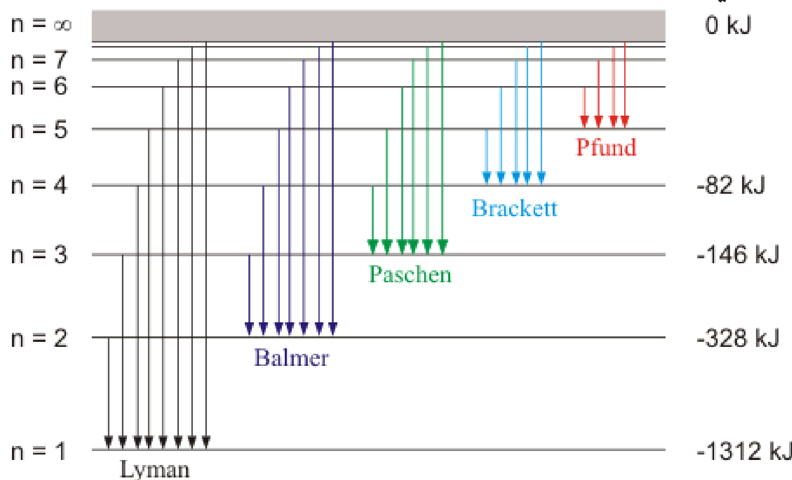
سلسلة باشنPaschen Series: والعلاقة المستنبطة تجريبيا التي تحددها هي

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

(3-4)

حيث تكون $n = 4,5,6,.....$

وهكذا فقد وجدت صيغ وضعية عديدة لسلاسل الطيف المنبعث من الذرات دون أن توجد نظرية واحدة تُفسر ظهور هذه الأطياف.



الشكل (4−1) طيف الإنبعاث لذرة الهيدروجين

مثال (1): ما هو نطاق الأطوال الموجية لسلسلة لايمان؟

الجواب: أقصر طول موجي في سلسلة لايمان نجده من

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty^2}\right) = 1.096\times10^7\ \text{m}^{-1}$$

أي أن $\lambda = 0.912\times10^{-7}\,\text{m} = 912\,\text{A}$ أي في المنطقة فوق البنسفجية

وأطول موجة نجدها من انتقال الإلكترون من المستوة الثاني إلى المستوى الأول.

أي

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) = 1.096\times10^7 \times \frac{3}{4}\ \text{m}^{-1}$$

أي أن $\lambda = 1.216\times10^{-7}\,\text{m} = 1216\,\text{A}$ وهو في المنطقة البنفسجية.

مثال (2): ما هو أقصر طول الموجي في سلسلة بالمر وما الموجة الأطول؟

الجواب: هو الطول الموجي الذي يمثل أعظم طاقة وهو الذي يمثل انتقالا أكترونيا من المالانهاية وحتى $n=2$ أي أن

$$\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{\infty^2}\right)=\frac{1.096\times10^7}{4}$$

أي أن $\lambda=3.65\times10^{-7}\,\mathrm{m}=3650\mathrm{A}$ وهذا يقع في المنطقة فوق البنفسجية.

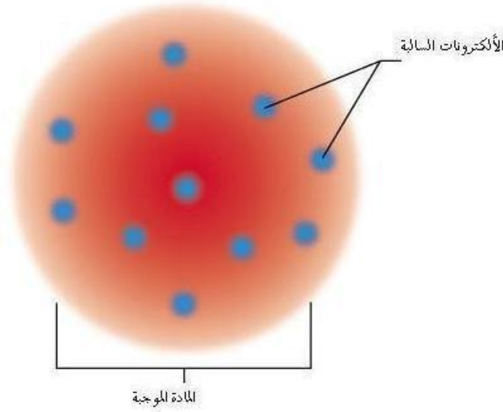
أما أطول موجة فهي التي تنبعث عند انتقال الإلكترون من المستوى الثالث إلى المستوى الثاني وهذا يعني أن

$$\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}\right)=1.096\times10^7\times\frac{5}{36}$$

أي أن $\lambda=6.561\times10^{-7}\,\mathrm{m}=6561\mathrm{A}$ وهذا الخط يقع في المنطقة المرئية من الطيف. وبهذا نفهم ربما كان الإهتمام بخطوط سلسلة بالمر أكثر من غيرها من السلاسل فالسبب أنها تشتمل على المنطقة المرئية من الطيف الكهرمغناطيسي.

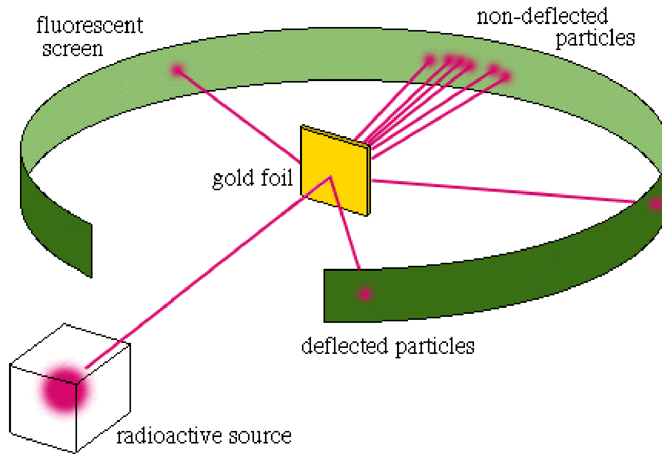
تجربة رذرفورد Rutherford Experiment

بعد أن اكتشف ثومسون وجود الشحنات السالبة في باطن الذرة ظن أن الذرة المتعادلة هي عبارة عن كرة صغيرة جداً تحتوي مادة موجبة تنغرز فيها الإلكترونات كما تنغرز حبات الزبيب في الكيك. لكن اللورد رذرفورد الذي كان يجري أبحاثه في جامعة مانشستر أجرى عام 1911 تجربة شهيرة كان هدفها التأكد من صحة نموذج ثمسون.



الشكل (4−2) نموذج ثمسون للذرة

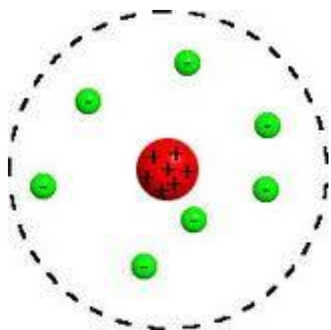
تتلخص هذه التجربة بوضع شريحة رقيقة من معدن الذهب في طريق حزمة من جسيمات ألفا (وهي نوى ذرات الهليوم تمتلك شحنة مقدارها +2) والتي تنطلق من نوى ذرات الثوريوم ومراقبة ما يحصل لمساراتها.



الشكل (4−3) تجربة رذرفورد

وكان رذرفورد قد توقع أن تمر هذه الجسيمات خلال شريحة الذهب الرقيقة دون تأثير يُذكر إذا كان نموذج ثمسون صحيحاً. فالذرات متعادلة وبينها مسافات بينية كبيرة. لكنه فوجئ بأن وجد جسيمات ألفا تنحرف أحيانا إنحرافات شديدة وبعضها

يرتد منعكساً إلى الخلف. وهذه النتائج التي حصل عليها تبين أن الجزء الموجب من الذرة يقبع في حيز صغير جداً منها سمي النواة Nucleusعلى حين أن الإلكترونات تكون خارجها.

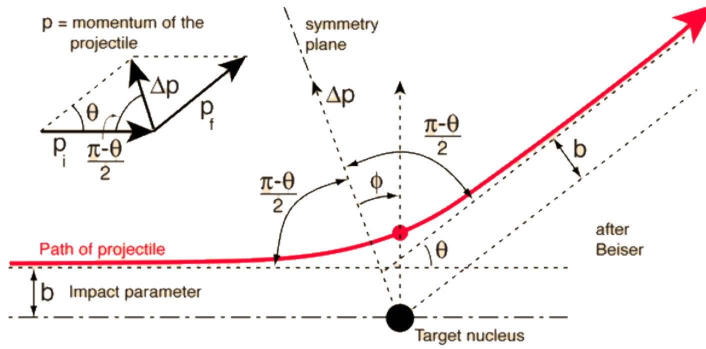


الشكل (4−5) ذرة رذرفورد

تحليل تجربة رذرفورد

لكي نفهم ما يحصل في تجربة رذرفورد فإن علينا أن نحلل واقع التجربة. لقد افترض اللورد رذرفورد بأن جسيمات ألفا ونواة الذرة هي أجسام صغيرة جدا يمكن معاملتها كتل نقطوية وافترض أن القوة الفاعلة بين هذه الجسيمات هي قوة التنافر الكهربائي فقط ثم افترض أن كتلة النواة كبيرة جداً مقارنة بجسيمات ألفا.

وبما أن القوة الكهربائية بين جسيمات ألفا والنواة تتناسب عكسيا مع المسافة فإن من المتوقع أن تتخذ جسيمات ألفا المتشتتة مسارات على شكل قطع زائد Hyperbola. ويمكننا أن نصور ما يحصل في عملية تشتت جسيمات ألفا بالشكل (4−6) حيث تأتي جسيمات ألفا في مسار مستقيم نحو النواة مبتعدة عن الخط الموازي لمسارها مسافة b تسمى مسافة التصادم impact parameter حتى إذا صارت الجسيمات إلى أقرب مسافة من النواة إنحرف مسارها بزاوية مقدارها θمتخذا شكل قطع المكافئ.



الشكل (6–4) تحليل تجربة رذرفورد

ونظراً لأن نواة الذرة تبقى ساكنة بالفرض أثناء مرور جسيمات ألفا فإن الطاقة الحركية لجسيمات ألفا تبقى ثابتة قبل التشتت وبعده. لذلك فإن قيمة زخم هذه الجسيمات يبقى ثابتاً قبل تشتتها وما بعده. وهذا يعني

$$p_1 = p_2 = mv \qquad (5\text{-}4)$$

حيث ان v هي سرعة جسيمات ألفا بعيدا عن النواة. من الشكل (6–4) نرى أنه بموجب قانون المثلثات أن

$$\frac{\Delta p}{\sin\theta} = \frac{mv}{\sin\left(\dfrac{\pi-\theta}{2}\right)}$$

وبما أن $\sin\frac{1}{2}(\pi-\theta) = \sin\frac{\theta}{2}$ وإن $\sin\theta = 2\sin(\theta/2)\cos(\theta/2)$ فإن مقدار التغير في الزخم سيكون

$$\Delta p = 2mv\sin\theta/2 \qquad (6\text{-}4)$$

إن التغير في الزخم يقابل الصدم impulse أي

$$\Delta p = \int F dt$$

بمعنى أننا يمكن أن نضع

$$2mv\sin\theta/2 = \int_{-\infty}^{\infty} F\cos\phi dt$$

وبتبديل المتغير t بدلالة ϕ نجد أن

$$2mv\sin\theta/2 = \int_{-(\pi-\theta/2)}^{(\pi-\theta/2)} F\cos\phi \frac{dt}{d\phi} d\phi \quad (7\text{-}4)$$

وبالنظر لعدم وجود عزم مسلط على جسيمات ألفا نظراً لأن القوة المسلطة عليها هي شعاعية radial فإن الزخم الزاوي لهذه الجسيمات يبقى ثابتاً. وهذا يعني أن

$$m\omega r^2 = mr^2 \frac{d\phi}{dt} = mvb = \text{constant}$$

ومنها نجد أن $dt/d\phi = r^2/\text{v}b$ وبالتعويض في المعادلة (7−4) نجد أن

$$2m\text{v}^2 b\sin\theta/2 = \int_{-(\pi-\theta/2)}^{(\pi-\theta/2)} Fr^2\cos\phi d\phi$$

إن القوة الكهربائية بين النواة التي شحنتها هي Ze وجسيمات ألفا التي شحنتها هي $2e$

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Ze^2}{r^2}$$

وبالتالي فإن

$$\frac{4\pi\varepsilon_0 mv^2 b}{Ze^2}\sin\frac{\theta}{2} = \int_{-(\pi-\theta/2)}^{(\pi-\theta/2)}\cos\phi d\phi = 2\cos\frac{\theta}{2}$$

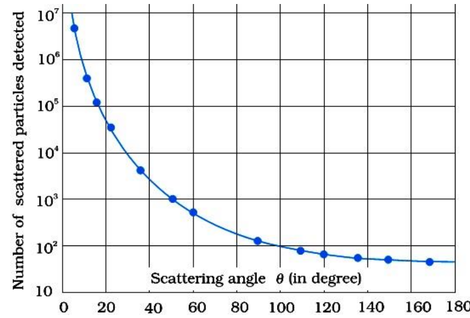
لذلك فإن زاوية تشتت جسيمات ألفا ترتبط مع الطاقة الحركية لجسيمات ألفا بالعلاقة التالية

$$\cot\frac{\theta}{2} = \frac{2\pi\varepsilon_0 m\text{v}^2}{Ze^2} = \frac{4\pi\varepsilon_0 \text{KE}}{Ze^2} b$$

إن تجربة لا تمكننا من معرفة b نظراً لدقة هذه المسافات. لكننا يمكن أن نعرف عدد الجسيمات التي تطرق الشاشة بعد أن تتشتت عن النوى خلال مرورها بشريحة الذهب. وبحسابات مثالية تمكن رذرفورد من التوصل إلى صيغة رياضية لتقدير نسبة إلى عدد الجسيمات التي تطرق الشاشة $N(\theta)$ إلى العدد الكلي للجسيمات المارة من خلال الشريحة N_i. وهذه هي

$$N(\theta) = \frac{N_i n t Z^2 e^4}{(8\pi\varepsilon_0)^2 r^2 \mathrm{KE} \sin^4(\theta/2)} \qquad \textbf{(8-4)}$$

سميت هذه العلاقة صيغة رذرفورد Rutherford Formula. ويبين المنحنى في الشكل (4−7) كيفية تصرف هذه العلاقة.



الشكل (4−7) منحنى صيغة رذرفورد

بالامكان معرفة القطر التقريبي لنواة ذرة الذهب من خلال مساواة الطاقة الحركية لجسيمات ألفا مع طاقة الوضع لها وهي في أقرب مسافة من النواة حيث تتوقف الجسيمات هناك. أي

$$r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Ze^2}{\mathrm{KE}}$$

وبالتالي فإن نصف قطر النواة التقريبي يكون

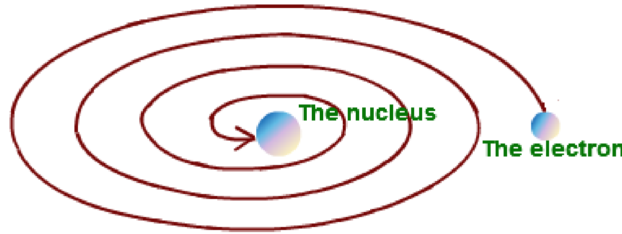
$$r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Ze^2}{\mathrm{KE}}$$

وبمعرفة ان الطاقة الحركية لجسيمات ألفا كانت 5 MeV وإن Z=79 فإن

$$r = \frac{9\times10^9 \times 2\times 79\times(1.6\times10^{-19})^2}{5\times10^6\times1.6\times10^{-19}} = 4.55\times10^{-14}\ \mathrm{m}$$

نموذج بور للذرة Bohr's Model of the Atom

إذا كانت الإلكترونات خارج المادة الموجبة المتمركزة في **حيز** صغير جداً (النواة) ولكي تكون الذرة مستقرة وتمنع إنهيارها فإن على الإلكترونات أن تدور حول النواة في نموذج كوكبي. لكن النظرية الكهرمغناطيسية تقرر أن دوران الإلكترونات سيسبب إشعاعها لطاقة الوضع الكهربائية التي تمتلكها وبالتالي فإن الذرة ستنهار خلال زمن قصير جداً ولا يبقى في العالم ذرات مما جعل نموذج رذرفورد في موقف صعب أزاء هذه المعلومات النظرية.



الشكل (4-8) إنهيار ذرة رذرفورد

حاول نيلز بور الدنيماركي التغلب على الصعوبات التي واجهها نموذج رذرفورد للذرة. وقد تأمل في ضرورة وجود شروط محددة تمنع الإلكترون من الاشعاع. والحقيقة إن بور كان يفكر في مثل هذه الشروط وأمامه النتائج التجريبية للأطياف الذرية. أي إنه كان يعرف أن الضوء الصادر عن الأجسام الساخنة يمكن أن يكون ناتجاً عن انتقال الإلكترونات في مواضعها حول النواة. لكن المشكلة هي كيف يمنع إشعاع الإلكترون للطاقة بينما هو دائر في مداره؟

افترض بور مايلي:

1. أن الإلكترونات تدور حول نواة الذرة في مدارات دائرية تامة.

2. أن هذه الإلكترونات لا تشع طاقة أثناء دورانها عندما تكون قيمة الزخم الزاوي فيها مساوية لأعداد صحيحة من ثابت بلانك مقسوما على 2π.

أي

$$mvr = n\hbar, \qquad n = 1, 2, 3.... \qquad (9\text{-}4)$$

حيث أن m هي كتلة الإلكترون و r بعده عن البروتون (أي نصف قطر المدار في ذرة الهيدروجين) و v هي سرعته المدارية تأخذ n عدداً صحيحاً أي 1، 2، 3، وهكذا.

3. إن انتقال الإلكترون من مستوى أدنى (أقرب الى نواة الذرة) الى مستوى أعلى (أبعد عن نواة الذرة) يحصل عندما تمتص الذرة طاقة مساوية للفرق بين طاقتي الإلكترون في المستويين الأدنى والأعلى. وإن أنتقال الإلكترون من مستوى أعلى الى مستوى أدنى يؤدي الى إنبعاث طاقة مقدارها يساوي الفرق بين طاقة الإلكترون في المستويين.

أقام بور نموذجه على أساس تساوي القوة المركزية التي يتحرك بها الإلكترون مع قوة الجذب الكهربائي بين الإلكترون والبروتون، أي وضع

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2} \qquad (10\text{-}4)$$

ومنها وجد أن

$$v^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{mr}$$

أي أن

$$v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\varepsilon_0 mr}} \qquad (11\text{-}4)$$

وهنا أدخل فرضيته في تكميم الزخم الزاوي حيث أن العلاقة (4-9) تعطينا

$$\mathrm{v} = \frac{n\hbar}{mr}$$

وبالتعويض في المعادلة (4−10) نجد أن

$$\frac{m\mathrm{v}^2}{r} = \frac{n^2\hbar^2}{mr^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2}$$

ومنها نجد أن

$$r_n = \left(\frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2}\right)n^2 = a_0 n^2 \qquad (12\text{-}4)$$

حيث أن

$$a_0 = \left(\frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2}\right) = 0.529\times10^{-10}\ \mathrm{m} \qquad (13\text{-}4)$$

هو نصف قطر بور Bohr Radius وهو أوطأ مدار للإلكترون حول النواة.

حساب طاقة الإلكترون

إن الطاقة الكلية للإلكترون في ذرة الهيدروجين هي مجموع طاقته الحركية المدارية وطاقة الوضع الكهربائية التي يمتلكها وهذا هو

$$E = K.E + P.E$$

$$= \frac{1}{2}m\mathrm{v}^2 - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r} \qquad (14\text{-}4)$$

وبالتعويض عن v من المعادلة (4−13) نجد أن

$$E = -\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r} \qquad (15\text{-}4)$$

والآن لو عوضنا في هذه النتيجة عن r من المعادلة (4−14) لوجدنا أن

$$E_n = -\left(\frac{1}{2}\right)\frac{me^4}{(4\pi\varepsilon_0\hbar)^2}\frac{1}{n^2} = \frac{E_1}{n^2} \qquad (16\text{-}4)$$

حيث أن أدنى مستوى للطاقة في ذرة الهيدروجين هو

$$E_1 = -\left(\frac{1}{2}\right)\frac{me^4}{(4\pi\varepsilon_0\hbar)^2} = -13.6\ eV \qquad (17\text{-}4)$$

وهو طاقة الحالة الدنيا Ground State Energy لذرة الهيدروجين وهو مقدار ثابت. وهذا المقدار من الطاقة هو نفسه مقدار طاقة التأين Ionization Energy لذرة الهدروجين، وهو بذات الوقت مقدار طاقة الربط Binding Energy للإلكترون في ذرة الهيدروجين حيث أن الإلكترون الحر وهو يأتي ليرتبط بالذرة في أدنى المستويات ويصبح أسيرا لنواتها فإنه يدفع مهر هذا الأسر من طاقة وضعه حين كان حراً، حتى إذا ما أردنا تخليصه منها وجب علينا أن ندفع فدية خلاصه منها.

إن الصيغة (4−71) لطاقة الألكترون تكشف أنها سالبة على الدوام وسبب ذلك أن الإلكترون منجذب دوماً إلى نواة الذرة وإن طاقته تزداد كلما زادت رتبة المستوى الذي هو فيه حتى تكون أعلى قيمة لها هي صفر وعنئذ يكون الإلكترون حراً.

تفسير تكميم الزخم الزاوي في نموذج بور الذري

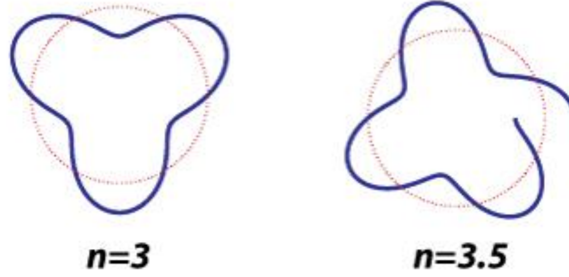
يمكننا توظيف علاقة دي بروي لتفسير تكميم الزخم الزاوي في ذرة الهيدروجين بحسب نموذج بور. فالإلكترون الذي يدور في مدار دائري نصف قطره r إنما يقطع في كل دورة محيطاً كاملاً، أي مسافة مقدارها $2\pi r$. وبموجب مبدا تكميم الزخم الزاوي فإن

$$m\text{v}r = n\frac{h}{2\pi}$$

وباستخدام علاقة دي بروي فإن هذا يعني أن

$$2\pi r = n\frac{h}{p} = n\lambda \qquad (18\text{-}4)$$

ومضمون هذا أن محيط مدار الإلكترون ينبغي أن يكون عدداً صحيحاً من الأمواج الكاملة.



الشكل (4–9) أمواج دي بروي ومدار الإلكترون

ولكن ماذا يحصل لو لم يكن هنالك أمواج كاملة؟

الجواب: إن المدار سيتآكل بسبب تداخل الموجة مع نفسها وخلال عدد قليل من الدورات يمكن أن يتآكل المدار كله ويتلاشى. فمثلاً إذا كان $2\pi r = 1.1\lambda$ فإن هذا المدار سوف يتلاشى بعد خمس دورات للإلكترون حول النواة. هذا هو السر الذي تنطوي عليه فرضية تكميم الزخم الزاوي في ذرة بور.

تحقيق السلاسل الطيفية

وفقا لتصور بور فإن انتقال إلكترون من مستوى أعلى n_i إلى مستوى أدنى n_f يسبب انطلاق إشعاع كهرمغناطيسي مقدار طاقته هو مقدار الفرق بين طاقة الإلكترون في المستويين وهي

$$\Delta E = E_i - E_f = E_1\left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2}\right) \qquad n_i > n_f \qquad (19\text{-}4)$$

وهكذا فإن الطول الموجي للشعاع المنبعث يحسب حسب العلاقة

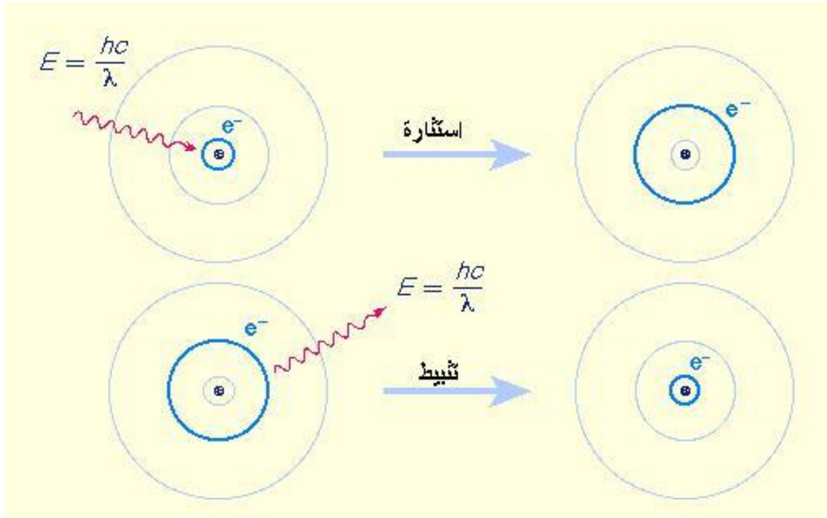
$$\frac{hc}{\lambda} = E_1\left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2}\right)$$

بمعنى أن

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{E_1}{hc}\left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2}\right) = R\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \qquad (20\text{-}4)$$

حيث أن R هو ثابت ريدبرج Raydberg constant. وبموجب نموذج بور يتحقق أن هذا الثابت يمكن كتابته بدلالة الثوابت الأساسية كما يلي

$$R = \frac{me^4}{8\varepsilon_0{}^2 h^3 c} = 1.0973731 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$



الشكل (4–10) انبعاث الضوء وامتصاصه في الذرات

إن انتقال الإلكترون من مدار لآخر حول النواة يغير من طاقته الميكانيكية الكلية. ولما كانت هذه الطاقة تتوزع على مقادير مخصوصة تتناسب مع المدارات المخصوصة للإلكترون فإن كمية الطاقة التي يمتصها الإلكترون في حالة انتقاله إلى مدار أعلى والطاقات التي يبعثها عند انتقاله إلى مدارات أدنى تكون قيماً

مخصوصة عادة ولا تكون طيفاً مستمراً بل هي على الحقيقة خطوط طيفية محددة يُعرّفها مقدار الفرق بين طاقة الإلكترون في المدار الذي انتقل منه والمدار الذي انتقل إليه وهذه القيمة تحددها العلاقة

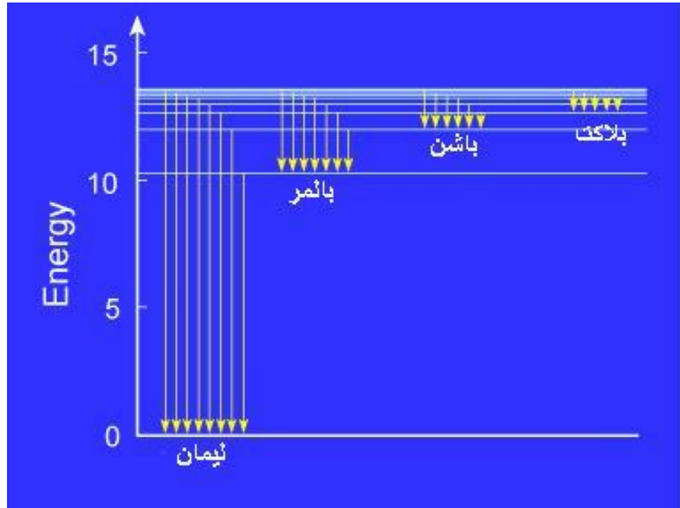
$$\Delta E = hcR\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \qquad (21\text{-}4)$$

هذه الطاقة هي بالضبط طاقة الفوتون الذي يتم امتصاصه أو بعثه من الذرة. n_i هو المستوى الإبتدائي و n_fهو المستوي النهائي. وباستخدام فرضية بلانك نجد أن تردد المنبعث هو

$$\nu = cR\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \qquad n_i > n_f \qquad (22\text{-}4)$$

وبدلالة الطول الموجي للضوء المنبعث يكون

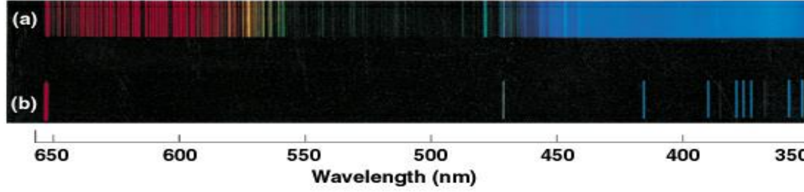
$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \qquad (23\text{-}4)$$



الشكل (4–11) السلاسل الطيفية

وهكذا تتضح الصورة أمامنا الآن ونفهم منشأ السلاسل الطيفية إذ أن انتقال الإلكترون من أي مدار إلى المدار الأول أي الذي له n=1 سيؤدي إلى انبعاث

عدة أطوال موجية والمجموعة المؤلفة من هذه الأطوال الموجية تسمى سلسلة ليمانSeries Layman.. أما انتقال الإلكترون من أي مدار إلى المدار الثاني أي الذي له $n=2$ فإنه سيؤدي إلى انبعاث عدة أطوال موجية أيضاً تؤلف سلسلة تختلف عن الأولى وهذه تسمى سلسلة بالمر Balmer Series .. وهكذا فإن مستقر سلسلة باشن هو المدار الذي له $n=3$ ومستقر سلسلة بلاكت هو $n=4$. ويرمز إلى الخطوط الطيفية المختلفة في كل سلسلة بالحروف اليونانية $\alpha\beta\gamma$... فيسمى الخط الأول منها αوالثاني β والثالث γ وهكذا.



الشكل (4−12) طيف ذرة الهيدروجين



Helium

الشكل (4−13) طيف الهيليوم

بعد ذلك جرى تدقيق نموذج بور الذري من قبل الفيزيائي سمرفيلد وآخرين حتى صار اليوم وصف الأطياف الذرية قريبا جداً من الواقع.

خط الهيدروجين H_α

ينطلق هذا الخط عندما ينتقل الإلكترون في ذرة الهيدروجين من المستوى الثالث إلى المستوى الثاني وهذه هي الموجة الأطول في سلسلة بالمر. ويمكن حسابه بدقة كما يلي

$$\frac{1}{\lambda_{H_\alpha}} = R\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right)$$

وهذا يعني أن

$$\lambda_{H_\alpha} = \frac{1}{0.13888R} = 656.11\text{nm}$$

ويعتبر هذا الخط من الخطوط المهمة جدا في التطبيقات الفيزيائية إذ أنه مرجع مهم في دراسة فيزياء النجوم Astrophysics نظرا لتوفر الهيدروجين على نطاق واسع في الكون. لذلك فإن حصول أي إزاحة على هذا الخط يمكن أن تُخبرنا عن كثير من المعلومات المحيطة بالذرة التي أطلقت هذا الخط من مكان تواجدها. فمثلا يمكن أن نعرف اتجاه حركة ذلك الجرم الذي انطلق منه خط الهيدروجين من خلال الازاحة الطيفية للخط بمقارنتها مع مصدر قياسي في المختبر . فإن كانت الإزاحة نحو الجهة الحمراء كان الجرم مبتعداً وإن كانت الإزاحة نحو الجهة الزرقاء كان المصدر مقترباً. ويمكننا معرفة سرعة الجرم من خلال قانون دوبلر.

تضمين حركة النواة في حساب الطاقة

من المعلوم أن الإلكترون ونواة الذرة يشكلان نظاما ديناميكيا واحداً بينهما قوة تجاذب كهربائي مشتركة هذه القوة تجعل كلا الجسمين يدور حول مركز الكتلة الذي يقع قريبا من الجسيم الأكبر كتلة وهو نواة الذرة. ويمكن حساب نصف قطر الدائرة التي يدور فيها الإلكترون من العلاقة

$$r_e = \frac{m_n}{m_n + m_e} r$$

ولما كانت $m_n = 1837 m_e$ فإن الناتج سيكون قريبا من r. وفي الحسابات السابقة لطاقة الإلكترون أهملنا هذا التأثير فكأننا أعتبرنا كتلة نواة الذرة مالانهاية لذلك اعتبرناها ثابتة. ويمكن الإستعاضة عن تأثير الحركة حول مركز الكتلة باعتماد الكتلة المختزلة للإلكترون reduced mass فإذا استعملناها بدلا عن كتلة الإلكترون

أصبح تأثير مركز الكتلة داخل في الحساب ضمنياً. والكتلة المختزلة في ذرة الهيدروجين هي

$$\mu = \frac{m_n m_e}{m_n + m_e} = \frac{1837}{1837+1} m_e = 0.99946 m_e \qquad (24\text{-}4)$$

فهي قريبة جدا من كتلة الإلكترون إذن. بالتالي يمكن كتابة الطاقة الكلية للإلكترون كما يلي

$$E_n = -\left(\frac{1}{2}\right)\frac{\mu e^4}{(4\pi\varepsilon_0\hbar)^2}\frac{1}{n^2} \qquad (25\text{-}4)$$

وتكتب هذه بدلالة ما يسمى ثابت التركيب الدقيق وكما يلي

$$E_n = -\left(\frac{\mu c^2}{2}\right)\frac{\alpha^2}{n^2} \qquad (26\text{-}4)$$

حيث أن

$$\alpha = \frac{e^2}{(4\pi\varepsilon_0\hbar c)} \approx \frac{1}{137} \qquad (27\text{-}4)$$

هو مقدار ثابت يسمى ثابت التركيب الدقيق Fine Structure Constant.

إكتشاف الديوتيريوم

إن إدخال حركة النواة في الحساب يؤدي إلى حصول فرق في حساب مواقع خطوط الطيف وهذه النتيجة النظرية يممكن أن تؤدي إلى نتائج عملية واكتشافات مهمة. مثلا لاحظ الفيزيائيون العاملون في فحص أطياف المواد وجود خط ضعيف جدا عند الطول الموجي $\lambda = 656.3$ nm وهذا هو ليس خط H_α بالضبط الذي يقع عند $\lambda = 656.1$ nm مما جعلهم يبحثون عن السبب وهنالك تبين أن هذا الخط ينتج من ذرة نظير الهيدروجين الذي سمي الديوتيريوم ونواته تحتوي على بروتون واحد ونيوترون واحد وإذا ما اعتبرنا أن كتلة النيوترون مساوية تقريبا لكتلة البروتون أمكننا حساب الطول الموجي المنبعث من هذه الذرات كما يلي:

$$\frac{1}{\lambda} = R_{\mu}\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right)$$

حيث أن $R_{\mu} = 1.0977 \times 10^{7}\ \text{m}^{-1}$

ومنها نجد أن

$$\lambda_{D_{\alpha}} = \frac{1}{0.13888 R_{\mu}} = 656.32\,\text{nm}$$

إن الفرق الذي مقداره 0.21 نانو متر في الطول الموجي دلنا على وجود نظير الهيدروجين الديوتيريوم. وإن خفوت سطوع الخط دلَّت على نسبة الديوتيريوم القليلة.

نموذج بور للذرة والنظرية الكهرمغناطيسية

بموجب النظرية الكهرمغناطيسية فإن الأجسام المشحونة المتحركة بتسارع يجب أن تشع طاقة. ولما كان الإلكترون في دورانه حول النواة في حالة تسارع فإنه لا بد وأن يشع طاقتة الكلية ويسقط على نواة الذرة. وهذا ما كان ليحصل للإلكترون لولا أنه منحبس عن إطلاق الطاقة بسبب تكميم الزخم الزاوي في مدارات معينة. ولكن حين ينتقل الإلكترون من مدار إلى آخر فإنه ولابد سيخرج من حصن المدار وبالتالي سيصبح عرضة لإطلاق الطاقة. فكيف لا يحصل هذا وكيف لا تنهار بنية الذرة أثناء الانتقالات الإلكترونية؟

قيل أن الإلكترون حين ينتقل من مدار إلى آخر فإنه يختفي من موضع ويظهر في موضع آخر. لكننا لسنا بحاجة إلى مثل هذا التصور الغريب. ولو حسبنا الفترة الزمنية اللازمة لكي يفقد الإلكترون جميع طاقته ويقع على نواة الذرة فإنها بحدود 10^{-11} ثانية. بالتالي فلو كان الإلكترون ليبقى دائراً حول النواة نحواً من هذه المدة أثناء انتقاله من مدار إلى آخر فإنه سيفقد طاقته بالإشعاع. لكنه في واقع الحال لا

يمكث أثناء انتقاله بين مدار وآخر أكثر من 10^{-21} ثانية وهذا زمن قصير جداً لا تكاد كهرمغناطيسية ماكسويل أن ترى الإلكترون فيه. وهذا هو السبب في أن الطاقة الإلكترونية لا تشع وتبقى الذرات مستقرة رغم حصول الإنتقالات بين المدارات.

مبدأ الأوالية Correspondence Principle

علمنا أن نموذج بور يقدم لنا نتائج مختلفة عن ما تقدمه النظرية الكهرمغناطيسية ولما كانت النظريات العلمية متكاملة فلابد من أن تكون هنالك حالات تؤول فيها نتائج نموذج بور إلى ما تعطيه النظرية الكهرمغناطيسية. فكيف يحصل ذلك؟

دعنا نحسب ما يسمى بالتردد الكلاسيكي للإلكترون عندما يكون في المدار n. لدينا

$$f = \frac{v}{2\pi r} = \frac{e}{2\pi\sqrt{4\pi\varepsilon_0 m r^3}}$$

()

ولكننا نعلم أن

$$r_n = \frac{\varepsilon_0 \hbar^2}{\pi m e^2} n^2$$

لذا فإن

$$f = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 \hbar^3}\left(\frac{2}{n^3}\right) = -\frac{E_1}{h}\left(\frac{2}{n^3}\right)$$

والآن لو أننا استخدمنا معادلة التردد الناتج من انتقال إلكترون من مستوى إلى آخر فلدينا

$$\nu = -\frac{E_1}{h}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \qquad n_i > n_f$$

الآن دعنا نأخذ $n_i = n$ ونأخذ $n_f = n - p$ حيث أن p هو عدد صحيح. نجد

$$\nu = -\frac{E_1}{h}\left(\frac{1}{(n-p)^2} - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{-E_1}{h}\left(\frac{2np-p^2}{n^2(n-p)^2}\right)$$

ولما كانت n و p كبيرة جداً وإن الأولى أكبر من الثانية فإن

$$2np - p^2 \approx 2np$$

$$(n-p)^2 = n^2$$

بالتالي فإن

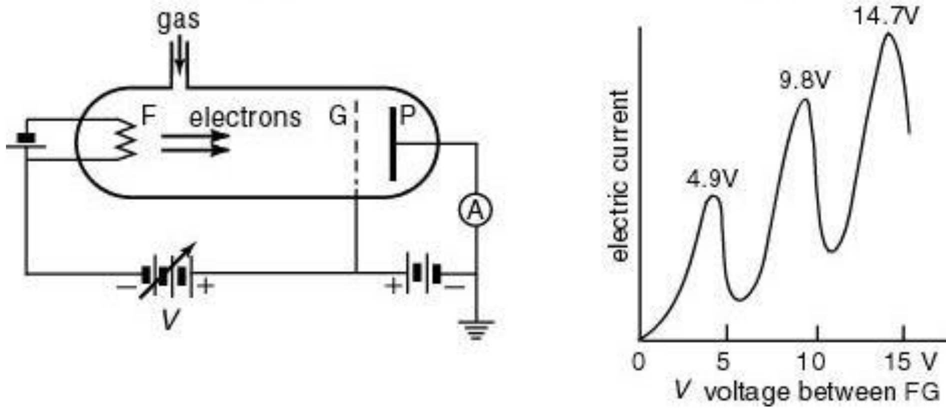
$$\nu = -\frac{E_1}{h}\left(\frac{2p}{n^3}\right)$$

إذا كانت $p=1$ فإن هذه النتيجة مطابقة لما حصلنا عليه كلاسيكيا في المعادلة () اما بقية القيم التي تأخذها p فسوف تعبر عن التوافقيات Harmonics الممكنة التي هي أيضا ضمن توقعات انظرية الكهرمغناطيسية. ماذا نستنتج من هذا؟ النتيجة واضحة: إن نتائج نموذج بور تؤول إلى نتائج النظرية الكهرمغناطيسية عندما تكون قيم n كبيرة جداً.

تجربة فرانك – هيرتز

تكون الذرات عادة في الحالة الدنيا من الطاقة Ground State وعند وصول أي قدر من الطاقة إلى الذرة فإنها تصير إلى مستوى أعلى حيث تمتص إلكترونات الذرة تلك الطاقة وترتفع إلى مستوى أعلى وهذه نسميها ذرة متهيجة Excited Atom وقد تكون في الحالة المتهيجة الأولى First excited state أو الحالة المتهيجة الثانية Second Excited State أو غيرها.

وقد تجلى إثبات هذه الحقائق في تجربة فرانك وهيرتز Frank-Hertz Experiment التي أثبتت الطبيعة الكمومية للذرة. في هذه التجربة وضع فرانك وهيرتز بخار الزئبق في أنبوبة زجاجية وجعلاه تحت فرق جهد كهربائي بحيث ترتطم الإلكترونات المتولدة من أقطاب كهربائية بذرات بخار الزئبق.



الشكل (4-14) مخطط ونتائج تجربة فرانك- هيرتز

لاحظ فرانك وهيرتز أن منحنى التيار الكهربائي مع فرق الجهد يتصف بالهبوط في مواضع معينة هي نفسها المواضع التي يتم عندها امتصاص الطاقة من قبل الإلكترونات. مما يعني أن الإلكترونات تمتص الطاقة على شكل كموم (كما مبين في الشكل) وليس بوتيرة مستمرة كما هو متوقع وفق النظرية الكلاسيكية.

نموذج بور ما له وما عليه

لقد وظّف نموذج بور فكرة تكميم الطاقة التي جاء بها ماكس بلانك، وأضاف فكرة تكميم الزخم الزاوي وهي فكرة جديدة. ولقد نجح هذا النموذج في تفسير السلاسل الطيفية للهيدروجين على وجه الخصوص بحسابه الأطوال الموجية للخطوط البراقة والمعتمة التي تظهر عند تسخين المواد أو عمل تفريغ كهربائي في غازات أو أبخرة تحت ضغوظ واطئة. بل صار ممكنا بعده فهم سبب ظهور الطيف الخطي البراق. لكن بقيت عدة أمور لم تزل غير مفهومة ومنها ما يلي:

1. إن نموذج بور ينطبق على الذرات التي تحوي إلكتروناً واحداً مثل الهيدروجين وأيون الهيليوم وأيون الليثيوم الثنائي ولا تنطبق على الذرات الأخرى.
2. لم يتمكن نموذج بور من تفسير سبب ظهور بعض خطوط الطيف الذري بشدة أكبر من غيرها. أي لم يفسر لماذا تكون احتمالية حدوث بعض الانتقالات الإلكترونية أكبر من غيرها.
3. لم يفسر نموذج بور سبب حصول إنشطار في خطوط الأطياف الذرية عند تعريضها لمجال مغناطيسي خارجي.
4. لا يمكننا نموذج بور من معرفة كيفية تفاعل الذرات مع بعضها وتبادل الطاقة ما بينها، ولا كيفية تشكيل الجزيئات بالتحام هذه الذرات وتآصرها.

لقد أدرك الفيزيائيون أن نموذج بور ليس إلا خطوة أولية لتصوير ميكانيكية الذرة إلا أنه لا يصلح للوصف الدقيق لها. ولم يتمكن الفيزيائيون من تحقيق التوافق بين النظرية ونتائج التجارب إلا بعد أن وضعوا نموذجاً أكثر تعقيداً يعتمد التصور الموجي للمادة والحركة وهذا ما سنتعرف عليه في الفصول اللاحقة.

لمحة عن الليزر

بالنظر لعلاقة توليد ضوء الليزر بالنتقالات الكمومية افلكترونية فإن من المفيد تقديم لمحة ولو بسيطة عن الليزر.
كلمة ليزر LASER هي مختصر لعبارة تضخيم الضوء بالإنبعاث المحفز للأشعة Light Amplification by the Stimulated Emission of Radiation ففي هذه العملية نحصل على ضوء يتميز بالصفات التالية:

وحيد الطول الموجي Monochromatic،

موحد الأطوار In-Phase،

ذي شدة عالية، High Intensity

قليل الإنفراج أثناء الانتشار Low Divergence.

وقد جاء اكتشاف إمكانية الحصول على ضوء يتمتع بهذه الخصائص بعد أن فهم الفيزيائيون آلية إنبعاث الأشعة بنوعيها الإنبعاث التلقائي Spontaneous Emission والإنبعاث المحفز Stimulated Emission. ومن الطبيعي أن يتوجه التفكير إلى استخدام الانبعاث المحفز للضوء في سبيل الحصول على حزمة ضوء ذي طول موجي موحد وطور واحد وهو الذي يسمى الضوء المتشاكه Coherent. فالضوء العادي يحتوي على أطوال موجية كثيرة وبأطوار مختلفة. لكن ضوء الليزر هو ذي طول موجي واحد وطوار واحد مما يجعله مميزاً حقاً ويتمتع بخصائص فريدة تجعله صالحاً لتطبيقات كثيرة لا حصر لها.

يتم تحصيل ضوء الليزر عندما تنطلق كمية كبيرة من الفوتونات في آن واحد من ذرات عديدة نتيجة انتقال الإلكترونات من مستوى طاقة معين إلى آخر. وهذا ما يجعل حزمة الفوتونات متشاكهه.

إن الإنتقالات الإلكترونية في الذرات تحصل باستمرار وعادة ما يبقى الإلكترون لزمن قصير جداً لا يزيد على 10^{-8} ثا (أي جزء من مائة مليون جزء من الثانية) في مستوى معين ثم يسقط نحو مستوى أقل من الطاقة تلقائياً. إلا أن هنالك مستويات للطاقة تجد فيها الإلكترونات راحة أكبر فتمكث فيها زمانا يصل إلى حوالي 10^{-3}ثانية (أي واحد بالألف من الثانية). وتسمى هذه المستويات Metastable States وهي الأكثر صلاحية لكي تتجمع فيها الإلكترونات وتشكل جمعاً كبيراً Large Population ثم يتم إنزالها بتأثير يحفزها على النزول إلى

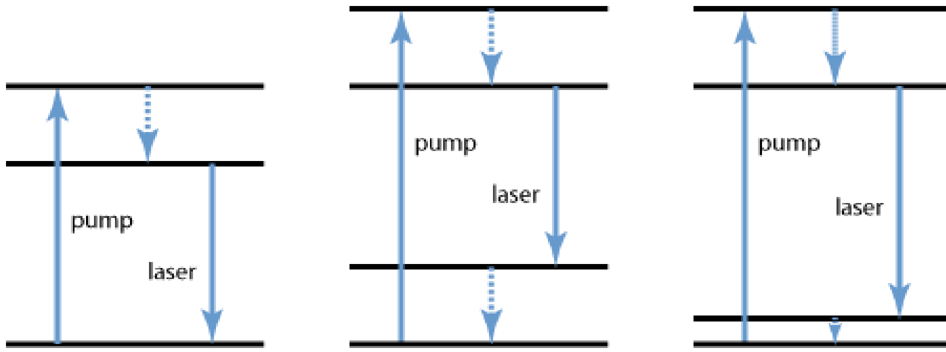
مستوى أقل فتهبط جميعاً مرة واحدة وفي آن واحد فتنشأ عن ذلك حزمة ضوء متشاكه هي حزمة ضوء الليزر.

ويقوم الأساس النظري لتوليد ضوء الليزر على أن الإنبعاث المحفر للضوء له نفس احتمالية الإمتصاص المحفز للضوء. وهذا ما كان قد اكتشفه ألبرت أينشتاين عام 1917. ولقد تمكن الفيزيائيون في بداية الستينيات من القرن الماضي من تحقيق هذه الظاهرة بعدما توصلوا إلى التكنولوجيات اللازمة لإجراء مثل هذه العمليات.

توليد الليزر

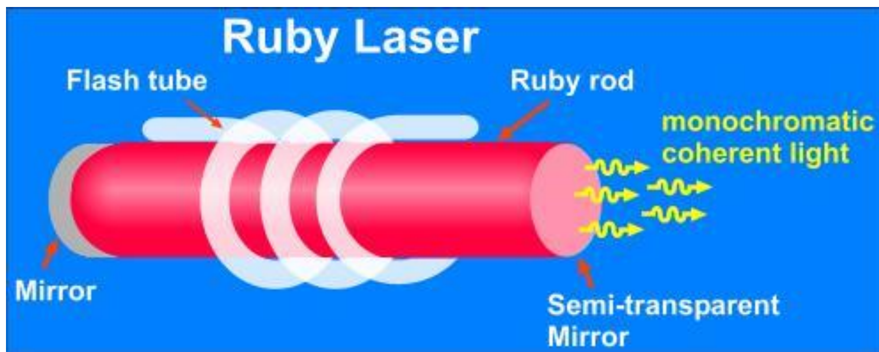
نحتاج لتوليد ضوء الليزر إلى ثلاثة أشياء: مصدر طاقة خارجي، وسط Medium مناسب غازي أو سائل أو صلب، وعاء ذي هندسة تساعد في تركيز الأشعة يسمى المرنان Resonator يتألف عادة من وعاء يحصر الوسط وفيه مرآتان.

تتم عملية توليد الليزر عبر مرحلتين: الإولى تسمى عملية الضخ Optical Pumping. وخلالها يمتص الوسط الطاقة اللازمة لرفع الإلكترونات إلى مستويات مثارة. حيث تجري خلالها عملية إنقلاب الحشد Population Inversion إذ تصبح نسبة الإلكترونات في المستويات العليا أكبر من نسبة تلك التي في المستويات الدنيا. وتبدأ عملية الليزر حالما يمر فوتون له تردد الأشعة التي تنطلق مع نزول أول إلكترون من مستواه الفوق المستقر إلى مستوى أدنى فيعمل هذا الفوتون على تحفيز بقية الإلكترونات للهبوط إلى مستوى أدنى.



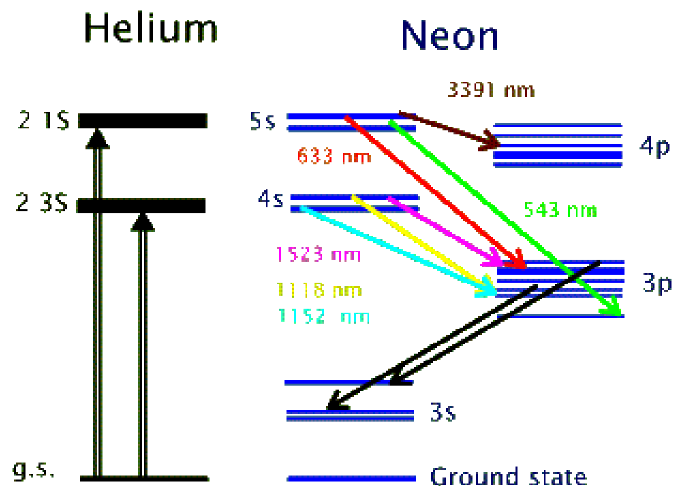
الشكل (4−15) عملية الضخ في الليزر

إن أولى الليزرات التي تم بائها هو ليزر الياقوت Ruby Laser ويتألف من قضيب من الياقوت يلتف حوله إنبوب تفريغ كهربائي يكون بمثابة مصدر للطاقة وبذات الوقت عنصر محفز للإلكترونات كي تسقط من مستوياتها الفوق مستقرة وتعمل على تفريغ الطاقة فيما يكون طرفي قضيب الياقوت مجلياً بشكل ممتاز لكي يعمل كمرآتين تعكس الأشعة الناتجة إلى داخل قضيب الياقوت فيتشكل عنها حشد كبير من الفوتونات ينطلق من منطقة شفافة صغيرة في أحد طرفي القضيب إذ تسمح هذه المنطقة الصغيرة بانطلاق الأشعة.



الشكل (4−16) ليزر الياقوت

ثم تم تصنيع ليزر الهليوم – نيون على نطاق واسع والشكل التالي يبين انتقالات الطاقة لهذا النظام.



الشكل (4-17) الإنتقالات الإلكترونية في ليزر هليوم-نيون

تطبيقات الليزر

هنالك تطبيقات كثيرة لضوء الليزر منها إستخدامه في الاتصالات حيث يمكن نقل المعلومات عبر الألياف الضوئية بسرعة فائقة ودقة عالية وحزم واسعة. كما يستخدم في تطبيقات عسكرية كثيرة منها إيجاد المسافات لقطعات العدو وتوجيه الصواريخ والقنابل. ويستخدم الليزر في الطب والجراحة على نطاق واسع حيث يستخدم في طب العيون لتصحيح البصر ويستخدم في بعض العمليات الجراحية بديلاً للمبضع ويستخدم أيضا في كي بعض المناطق أو إزالة النتوءات والبثور في

عمليات التجميل وفي طب الأسنان صار يستخدم نوع من أشعة الليزر لتقوية الأسنان. كما يستخدم اليزر في الصناعة على نطاق واسع ومنها القطع والتشكيل واللحام والتقسية وكثير من التطبيقات التي لا حصر لها.

وهنالك أنواع مختلفة من أجهزة الليزر منها

الغازية: مثل ليزر هليوم – نيون الذي يستخدم خليطا من غازي الهليوم والنيون وينتج ضوءا ذي لون أحمر وهنالك ليزر ثاني أوكسيد الكربون الذي ينتج ضوء يقع في المنطقة تحت الحمراء من الطيف يكون ذي طاقة عالية وهنالك ليزر الهيدروجين الخليط كذلك.

الصلبة: وهي التي يكون فيها الوسط الليزري من مادة صلبة وأولها كان ليزر الياقوت Ruby Laser وهنالك أنواع أخري التي تتألف من بلورتين عادة تصبح الفجوة بينها مصدرا لضوء الليزر وتسمى هذه Solid State Lasers

أما بالنسبة لنوع الأشعة الليزرية فهي على نوعين:

مستمرة continuous ونبضية Pulse. ولكل منه استخداماته المناسبة.

أسئلة الفصل الرابع

س1) ما هو تصور ثمسون للذرة؟ ولماذا فشل نموذج تمسون؟

س2) لماذا لم يتمكن اللورد رذرفور من وضع نموذج مقبول للذرة بعد تجربته التي كشفت عن بنية الذرة؟

س3)ما هو الطيف الخطي البراق؟ وما هو طيف الإمتصاص؟

س4) ما هي تجربة رذرفورد وما الذي أراد أن يتحقق منه؟ ما الذي نتوقعه إذا كان نموذج ثمسون صحيحاً؟

س5) ماذا كانت نتيجة تجربة رذرفورد؟ وكيف فسر رذرفورد نتائج تجربته؟ ما المشكلة الأساسية الذي واجهته.

س3) ما هي أهم فرضية وضعها نيلز بور لتفسير الطيف الذري؟

س4) ما أهم مؤشر على نجاح نموذج نيلز بور؟

س5) ما قيمة الأعداد في بنية الذرة وما أهميتها؟

س6) كيف يتأثر طيف العناصر في حالة زيادة الوزن الذري؟

س7) ما هي ثغرات ونواقص نموذج بور للذرة؟

س8) كيف يمكن فهم فرضية بور لتكميم الزخم الزاوي بضوء فرضية دي بروي؟

مسائل الفصل الرابع

م1) احسب سرعة الإلكترون عندما يكون في المدار الذي رتبته n. كم هي من سرعة الضوء؟ هل توقعت هذه النتيجة؟

م2) إحسب نصف قطر مدار الإلكترون بحسب نموذج بور لأيون الهليوم.

م3) إحسب رتبة المدار n لذرة هيدروجين نصف قطر المدار الأول فيها 0.5 سم.

م4) إحسب قيمة ثابت ريدبرج للديوتيريوم الذي تتألف نواته من بروتون واحد ونيوترون واحد.

م5) كم من الدورات يمكن أن يدور إلكترون حول البروتون إذا كان مداره يعدل 1.3 من أمواج دي بروي $2\pi r = 1.3\lambda$ ؟

الفصل الخامس: أساسيات ميكانيك الكم

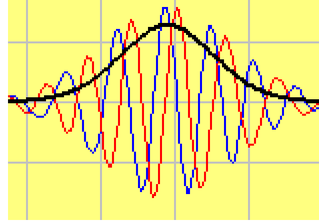
Fundamentals of Quantum Mechanics

يهدف هذا الفصل الى تقديم الأسس التي قام عليها ميكانيك الكم. وهو بمثابة توطئة ومقدمة لعرض المفاهيم الأساسية لميكانيك الكم. فبعد أن وجد الفيزيائيون أن هنالك مظاهر عديدة تؤكد كمومية الطاقة (قانون بلانك) والزخم الزاوي على المستوى المجهري (نموذج بور الذري) وإن للأمواج صفات جسيمية (تأثير كمبتن) وإن للجسيمات صفات موجية (حيود الإلكترونات) وبعد أن قدم لويس دي بروي فرضيته في ثنائية الموجة والجسيم أصبح من الضروري التفكير بإطار عمل ميكانيكي يجمع شتات كل هذه المظاهر في كيان واحد يمثل صياغة نظرية متكاملة تعبر عن آلية تفاعل الإشعاع والمادة من خلال الموجة والجسيم معاً وتبادل الطاقة والزخوم لتحقيق المظاهر الطبيعية على المستوى المجهري.

إن أساس كل ميكانيك هو معادلة حركة، فإن حصلت على معادلة الحركة تمكنت من اشتقاق معادلات أخرى تمكنك من حساب الكميات الفيزيائية المتعلقة بالغرض وحل المسائل التي تعرض في الموضوع. وهكذا الأمر في ميكانيك الكم إذ نحتاج الى معادلة أساسية للحركة وطالما أننا قد مثلنا الكم بالرزمة الموجية wave packet فإن من الضروري إيجاد معادلة حركة هذه الرزمة. ومن ثم التعرف على كيفية استخلاص المعلومات الفيزيائية عن النظام من خلال هذه الرزمة. معادلة الحركة في ميكانيك الكم اللانسبوي (أي الذي يعالج جسيمات تتحرك بسرعات أقل كثيا من سرعة الضوء) تسمى معادلة شرودنجر Schrödinger Equation منسوبة إلى مكتشفها إروين شرودنجر، وهي على نوعين: غير معتمدة على الزمن وتمثل النُظم المُراوحة stationary systems والمعتمدة على الزمن التي تمثل النظم التي تتغير مع الزمن وهذا ما سنأتي على بيانه. عادة يتم البدء بأبسط اشكال الرزم الموجية ومن ثم يصار إلى الصيغ الأكثر تعقيداً.

دالة الموجة Wave Function

إن نتائج تجربة حيود الجسيمات أكدت أن للجسيمات الدقيقة صفات موجية ظاهرة وإن اتفاقها في الحسابات مع ما نجده من علاقة دي بروي أبرز ضرورة التمثيل الموجي للجسيمات، وهكذا كان الأمر بالفعل إذ لجأ الفيزيائيون إلى إنشاء الصيغ الرياضية التي تعبر عن الرزمة الموجية ممثلاً للجسيم. هذه الصيغ سميت دالة الموجة wave function ويرمز لها بالحرف باليوناني ψ.



الشكل (5−1) رزمة موجية

في صياغتها كرزمة من الأمواج المتداخلة فإن دالة الموجة من الناحية النظرية تمثل مجموع الأحوال التي يمكن أن يكون عليها الجسيم. ويمكننا أن نكتبها بالشكل التالي

$$\psi = \sum_n a_n \psi_n \qquad (1\text{-}5)$$

حيث أن ψ_n هي المويجات المؤلفة لدالة الموجةψ وإن a_n هي وزن (او مقدار مساهمة) هذه المويجات في تركيبة جملة الدالة الموجية ψ. واقعياً يمكن أن تكون ψ في واحدة من حالاتها ψ_n عند قيامنا بالقياس وليس في جميع أحوالها الممكنة. ونظراً لتعدد الأحوال التي يمكن أن تكون عليها ψ فإنه ولابد أن يكون هنالك توزيع احتمالي معين يحدد أي من هذه هو أكثر احتمالاً وأيها أقل احتمالاً. ويتم التعبير عن هذه الإحتمالية بدلالة $|a_n|^2$.

إن القول بأن ψ لايمكن أن تكون إلا في واحدة من أحوالها الممكنة يقتضي أن تكون هذه الدوال متعامدة على بعضها، أي

$$\int \psi_m \psi_n dx = \delta_{mn} \qquad (2\text{-}5)$$

والآن لو ضربنا طرفي المعادلة $(5-1)$ في ψ_m وأجرينا التكامل على الطرفين واستخدمنا $(5-2)$ نجد

$$\int \psi_m \psi dx = \sum_n \int a_n \psi_m \psi_n dx = \sum_n a_n \delta_{mn} = a_m$$

بمعنى أننا يمكن أن نكتب

$$a_n = \int \psi_n \psi dx \qquad (3\text{-}5)$$

إن أبسط رزمة موجية هي التي تمثلها الموجات المسطحة plane wave وهذه يمكن تمثيلها في بعد مكاني واحد بالصيغة الرياضية

$$\psi(x,t) = Ae^{i(kx-\omega t)} \qquad (4\text{-}5)$$

حيث أن A هو سعة الموجة. يمكن أن تسمى هذه دالة الموجة التي تمثل جسيماً حراً ومن الواضح أن هذه الصيغة العامة تحتوي على جزء حقيقي وآخر خيالي. لذلك فهي دالة معقدة للمكان والزمان تصف حركة موجية عدد موجي k وتردد زاوي ω. وهذه الموجة تخضع لمعادلة الحركة الموجية

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{1}{\mathrm{v}^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \qquad (5\text{-}5)$$

حيث أن $\mathrm{v} = \omega / k$ هي سرعة زمرة الموجة.

معادلة شرودنجر

لغرض ايجاد معادلة الحركة للجسيمات اللانسبوية يمكننا أن نستخدم العلاقة الأكثر عمومية في الميكانيك الكلاسيكي وهي

$$E = T + V = \frac{p^2}{2m} + V \qquad (6\text{-}5)$$

حيث V هي الجهد الكامن potential أو طاقة الوضع. ولنضرب طرفي المعادلة $(5-6)$ في $\psi(x,t)$ ونحصل على

$$E\psi = \frac{1}{2m}p^2\psi + V\psi \qquad (7\text{-}5)$$

لاحظ شرودنجر أن إدخال التصورات الكمومية على الفيزياء الكلاسيكية يمكن أن تتم من خلال حركتين: الأولى هي توظيف علاقة ماكس بلانك $E = \hbar\omega$ والثانية هي توظيف علاقة دي بروي $\lambda = h/p$ والتي يمكن كتابتها بالصيغة $p = \hbar k$. بالتالي فإن الصيغة (5−4) ينبغي تحويلها إلى

$$\psi(x,t) = Ae^{i(px-Et)/\hbar} \qquad (8\text{-}5)$$

والآن إذا أخذنا تفاضل (5−8) جزئيا بالنسبة لـx نجد أن

$$\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial x} = \frac{ip}{\hbar}\psi(x,t)$$

ثم لو أخذنا التفاضل مرة ثانية نجد

$$\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2} = -\frac{p^2}{\hbar^2}\psi(x,t)$$

وهذا يعني أن

$$p^2\psi(x,t) = -\hbar^2\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2} \qquad (9\text{-}5)$$

وبالمثل لو أخذنا تفاضل (5−8) جزئيا بالنسبة لـt نجد أن

$$\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{iE}{\hbar}\psi(x,t)$$

وهذا يعني أن

$$E\psi(x,t) = i\hbar\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t} \qquad (10\text{-}5)$$

ولو عوضنا (5−9) و (5−10) في (5−7) نحصل على

$$\frac{-\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2} + V\psi(x,t) = i\hbar\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t} \qquad (11\text{-}5)$$

هذه هي معادلة شرودنجر المعتمدة على الزمن Time-dependent Equation.وتستخدم في معالجة النظم التي يكون فيها الجهد V معتمداً على الزمن.

ولو أن دالة الموجة $\psi(x,t)$ كانت قابلة للفصل بحيث يكون الزمن معاملاً طورياً phase factor أي

$$\psi(x,t)=\psi(x)e^{-iEt/\hbar} \qquad (12\text{-}5)$$

وبالتعويض في (5−11) نجد

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi(x)}{dx^2}+V\psi(x)=E\psi(x) \qquad (13\text{-}5)$$

وهي معادلة شرودنجر غير المعتمدة على الزمن Time-independent Equation وتستخدم لمعالجة النظم التي يكون فيها الجهد V غير معتمد على الزمن.

من الواضح أن معادلة شرودنجر هي معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية في المكان ومن الدرجة الأولى في الزمان. وفي حالة غياب الجهد هي مشابهة لمعادلة الإنتشار الحراري DiffusionThermal. وسنرى لاحقاً أن هنالك ترابط في المعنى بهذا الصدد، وليس في المبنى فقط.

ما هي $\psi(x,t)$؟

بعد هذا الذي عملناه نقول إن $\psi(x,t)$ هي حل لمعادلة شرودنجر وهي صيغة رياضية تعبرعن الحالة الفيزيائية للنظام الذي تصفه معادلة شرودنجر. ومن الواضح أن النظام في هذه المعادلة يعبر عنه بالجهد V فلو كان لدينا جسيم حر فإن $V=0$ وعندها تكون معادلة شرودنجر غير المعتمدة على الزمن هي

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2}+k^2\psi(x)=0 \qquad (14\text{-}5)$$

حيث $k=\sqrt{2mE/\hbar^2}$ وحلها العام هو

$$\psi(x)=Ae^{ikx} \qquad (15\text{-}5)$$

من الواضح أن هذا الحل يمثل هيئة موجية واقفة.

أما في حالات أخرى فيمكن أن يكون لدينا حلول أخرى وسنرى لاحقاً في مساق ميكانيك الكم مثل تلك الحلول.

حلول معادلة شرودنجر

إن الغرض من معادلة شرودنجر هو ايجاد حل هذه المعادلة وهو دالة الموجة $\psi(x,t)$ والتي تحتوي على كافة المعلومات عن النظام الفيزيائي الذي تصفه المعادلة. ومنها يمكننا ايجاد كافة المعلومات التفصيلية عن النظام. وفي هذا الفصل سنقدم حلاً نموذجيا واحداً نهدف منه إلى تقديم مثال عن كيفية تحصيل حلول معادلة شرودنجر وكيفية تحصيل المعلومات من دالة الموجة $\psi(x,t)$.

إن الطريقة العامة لحل معادلات شرودنجر تتضمن ما يلي:

1. تعريف النظام قيد المعالجة وتشخيص القوى الفاعلة بدلالة الجهود ومديات عملها.
2. صياغة معادلة شرودنجر المناسبة للنظام حيث أن لدينا معادلة معتمدة على الزمن وأخرى غير معتمدة على الزمن الأولى تستخدم إذا كان الجهد يعتمد على الزمن والثانية لجهد لا يعتمد على الزمن.
3. حل معادلة شرودنجر حلاً عاماً كأي معادلة تفاضلية
4. تحجيم الحل من خلال فرض الشروط الحدودية والشروط العامة التي تفرض على الحل العام وتحصيل الحل الأنسب للمسألة.
5. معرفة قيم الثوابت التي دخلت في حل المعادلة وتقويم دالة الموجة الناتجة.

هذه الطريقة يمكن تطبيقها على كثير من المسائل وفي هذا الكتاب سندرس مثالاً مهماً وأساسياً وهو حالة جسيم حر في صندوق جاسئ ذي بعد واحد.

الإحتمالية وكثافة الإحتمالية

لكن ماذا تعني $\psi(x,t)$ فيزيائياً؟ إنها تمثل إنتشار الجسيم في الفضاء، أي لها علاقة بتوقع وجود الجسيم في أي مكان من الأماكن المسموحة وهي التي تمتد

عادة من المالانهاية إلى المالانهاية يميناً وشمالاً. ويتم التعبير عن كثافة إحتمالية وجود الجسيم في أي نقطة في الفضاء تقع في الفترة x-$x+dx$ عند اللحظة t بالصيغة

$$\text{Probability} = \psi^* \psi dx = |\psi(x,t)|^2 \; dx$$

وبالتالي فإن الإحتمالية الكلية لوجود الجسيم في المكان بصورة عامة يكون

$$P(x,t) = \int \psi^* \psi dx = \int |\psi(x,t)|^2 \; dx \qquad (16\text{-}5)$$

حيث يجري التكامل على الفضاء المسموح كله.

تقويم دالة الموجة Normalization

لما كانت إحتمالية وجود الجسيم متناسبة مع $|\psi(x,t)|^2$ فإن كمية الإحتمالية العظمى هي 100% وهذا ما يوجب أن يكون

$$P(x,t) = \int |\psi(x,t)|^2 \; dx = 1 \qquad (17\text{-}5)$$

في هذه الحالة نقول إن الدالة مقومة. ولغرض تقويم دالة الموجة نضرب الدالة في مقدار ثابت مثلاً C ثم نحسب قيمة C من العلاقة

$$C^* C \int |\psi(x,t)|^2 \; dx = |C|^2 \int |\psi(x,t)|^2 \; dx = 1$$

أي أن ثابت التقويم normalization constant يكون

$$|C| = \frac{1}{\sqrt{\int |\psi(x,t)|^2 \; dx}} \qquad (18\text{-}5)$$

لاحظ أن التكامل يجري على مدى الفضاء الداخل في دالة الموجة. الهدف من التقويم هو حصر قيمة الدالة لكي تغطي الفضاء المشمول بها 100% فلا يكون هنالك جزء مبهم أو مجهول.

مثال: قوّم دالة الموجة التالية

$$\Phi(\phi) = e^{im\phi}, \quad m = \text{constant and } 0 \le \phi \le 2\pi$$

الجواب:

$$|C| = \frac{1}{\sqrt{\int_0^{2\pi} e^{-im\phi} e^{im\phi} d\phi}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$$

لاحظ أننا أجرينا التكامل على ϕ ضمن حدود نفاذ الدالة.

وهذا يعني أن دالة الموجة المقومة هي

$$\Psi(\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im\phi}$$

الخواص العامة لدالة الموجة

ليست جميع حلول معادلات شرودنجر هي حلول صالحة فيزيائياً. وهنالك شروط عامة ينبغي مراعاتها لتكون دالة الموجة مقبولة فيزيائياً وهذه هي:

1. أن تكون الدالة محدودة في المالانهاية السالبة والموجبة.
2. أن تكون ذات قيمة منفردة فلا تقبل الدالة التي لها قيمتين عند نفس النقطة.
3. أن يكون مربع الدالة المطلق قابل للتكامل square integrable.
4. أن تكون الدالة مستمرة continuous.

مثال: أي من هذه الدوال فيزيائية

$$\psi(x) = e^{-x},\ \psi(x) = e^{x},\ \psi(x) = e^{-a|x|},\ \psi(x) = \cos kx$$

الجواب: الثالثة والرابعة فيزيائية أما الأولى والثانية فليس مقبولة فيزيائياً لأن فيها مالانهاية عند $x = -\infty$ و $x = \infty$ في الثانية.

الإجراءات والملحوظات

من الضروري في هذه المرحلة من التعلم معرفة أننا في ميكانيك الكم نتعامل مع نوعين من الأشياء: الإجراءات operators والملحوظات observables. فالإجراءات هي صيغ رياضية فاعلة مثل المشتقة أو التكامل أو اللوغاريتم تعمل على الدوال وتغير من حالتها. بمعنى أن الإجراءات هي عمليات تنقل الدالة من حالة إلى أخرى. أما الملحوظات فهي المتغيرات الفيزيائية الكلاسيكية وهي عادة ما تكون أعداد حقيقية وهي الكميات التي نحصل عليها أثناء عمليات القياس أو في التجارب.

مثلاً ليكن لدينا الإجراء A يعمل على الدالة ψ فيحولها إلى الدالة χ كالآتي

$$\hat{A}\psi = \chi$$

فإذا كانت

$$\chi = \alpha\psi$$

حيث أن α هو عدد معقد complex number عندئذ يكون

$$\hat{A}\psi = \alpha\psi \qquad (19\text{-}5)$$

هنا نقول أن ψ هي دالة مخصوصة eigenfunction للإجراء $\hat{A}$ وتسمى α قيمة مخصوصة eigenvalue وهذه هي الملحوظات التي نحصل عليها نتيجة لعمل الإجراءات. لاحظ أن ما هو دالة مخصوصة لإجراء معين قد لايكون دالة مخصوصة لإجراء آخر.

مثال : الدالة $\sin kx$ هي ليست دالة مخصوصة للإجراء d/dx لأن

$$\frac{d}{dx}\sin kx = k\cos kx$$

لكنها دالة مخصوصة للإجراء d^2/dx^2 لأن

$$\frac{d^2}{dx^2}\sin kx = -k^2\sin kx$$

حيث نجد أن الدالة قد كررت نفسها بعد فعل الإجراء عليها وحصلنا على القيمة المخصوصة $-k^2$.

إجراء الزخم الخطي

لاحظنا عند تركيبنا لمعادلتي شرودنجر $(5-9)$ و $(5-10)$ أن لهما تركيب مختلف عما عهدناه في المعادلات الجبرية العادية إذ لدينا هنا إجراءات رياضية ممثلة بالمشتقة المكانية والمشتقة الزمانية تعمل كل على دالة رياضية $\psi(x,t)$ وينتج عن هذا العمل قيمة عددية. مثلا أنظر إلى

$$-i\hbar\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial x}=p\psi(x,t)$$

ففي الطرف الأيسر أجرينا التفاضل الجزئي على الدالة وفي الطرف الأيمن حصلنا على عدد مضروب في الدالة نفسها دون تغيير. بإمكاننا أن نكتب المعادلة أعلاه بالصيغة التالية:

$$\hat{p}\psi(x,t)=p\psi(x,t) \quad (20\text{-}5)$$

بحيث يكون

$$\hat{p}=-i\hbar\frac{\partial}{\partial x} \quad (21\text{-}5)$$

حيث نعرّف $\hat{p}$ بهذه الصيغة على أنه إجراء الزخم الخطي بينما يكون p هو الملحوظ الفيزيائي physical observable وهو الزخم الخطي المقاس.

إجراء الطاقة (الهاملتوني)

وكذلك الأمر مع الصيغة

$$i\hbar\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t}=E\psi(x,t)$$

فنكتبها

$$\hat{H}\psi(x,t)=E\psi(x,t) \quad (22\text{-}5)$$

بحيث يكون

$$\hat{H} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \qquad (23\text{-}5)$$

ونُعرّف $\hat{H}$ بأنه إجراء الطاقة الميكانيكية الكلية ويسمى الهاملتوني Hamiltonian بينما تكون E هي الملحوظ الفيزيائي الذي هو الطاقة.

من الواضح مما ورد أعلاه أن اشتغال إجراء على دالة الموجة يفضي إلى فعل ما إذ ينقلها من حا إلى حال وهكذا يفسر ميكانيك الكم التحولات التي تجري في ظواهر العالم من خلال صياغاته الرياضية بدلالة عمل الإجراءات المختلفة. فحين يعمل إجراء الزخم الخطي يكون قد تحرك جسيم وحين يعمل إجراء الطاقة يكون قد حصل انتقال من مستوى إلى آخر وحين يعمل إجراء الزخم الزاوي يكون قد دار جسيم. وفي مقرر ميكانيك الكم سنتعرف على خواص الاجراءات المختلفة ونحل المعادلات الإجرائية بكثير من التفصيل لكننا هنا أردنا تقديم لمحة أولية عنها.

عملية القياس في ميكانيك الكم

كيف يتم استخلاص المعلومات من دالة الموجة؟ لما كانت دالة الموجة صيغة رياضية بالأساس وليست هي كمية فيزيائية فلا بد من طريقة رياضية لاستخلاص المعلومات منها. هنالك طرق عديدة لإستخلاص المعلومات من $\psi(x,t)$:

الإولى معرفة الإحتمالية المكانية بحسب المعادلة (5−16).

الثانية إستخدام الإجراءات لإخراج القيم المخصوصة بحسب المعادلة (5−19).

الثالثة هي إستخراج القيمة المتوقعة expectation value لإجراء معين.

القيم المتوقعة: Expectation Values

لو أننا نثرنا مجموعة من حبات العدس على طاولة بشكل عشوائي بحيث وجدنا أن هنالك N_1 من الحبيبات عند موقع x_1 ووجدنا N_2 من الحبوب عند موقع x_2 وهكذا فإن معدل موقع الحبيبات $\bar{x}$ يكون

$$\bar{x} = \frac{N_1x_1 + N_2x_2 + N_3x_3 + ...}{N_1 + N_2 + N_3 + ...} = \frac{\sum_i N_i x_i}{\sum_i N_i} \quad (24\text{-}5)$$

من الواضح أن العدد N_iيعين عددالحبيبات في كل موقع، بمعنى أنه يعطي وزناً لكل موقع. وعندما يكون لدينا كثافة إحتمالية $|\psi|^2\, dx$ موزعة بشكل مستمر بدلاً من عدد الجسيمات فإن هذه الكثافة تعطينا وزناً لكل موقع ويكون معدل قيمة الموقع (نكتبه الآن $< x >$) في هذه الحالة معطى بالصيغة التالية

$$< x > = \frac{\int |\psi|^2\, x dx}{\int |\psi|^2\, dx} \quad (25\text{-}5)$$

في ميكانيك الكم تتخذ الكميات الفيزيائية قيماً متعددة، كل قيمة تعود إلى حالة من أحوال النظام. ونحن حين نقيس أي متغير فإنما نعين الحالة التي ينتمي اليها النظام ساعة قياسنا لها. وفي الواقع فإن ما نقيسه في أي لحظة هو معل القيم الممكنة (أو المسحوحة) لذلك النظام وهذا هو السبب أننا نجد دوماً نفس القيمة لذلك المتغير ضمن نسبة الخطا في القياس مضافاً اليها مقدار الادقة الذي يساهم به مبدأ هيزنبرغ. ولكي نجد القيمة المتوسطة بين القيم، والتي تكون بموجب التوزيع الغاوسي هي الأكثر إحتمالاً، نستخدم العلاقة التالية

$$< \hat{A} > = \frac{\int \psi^* \hat{A} \psi dx}{\int \psi^* \psi dx} \quad (26\text{-}5)$$

المقام هو ليس إلا معامل التقويم فإن كانت دالة الموجة مقومة كان واحداً. أما في البسط فنجد أن لدينا تكاملاً يمكن النظر اليه أنه يعبر عن مدى التطابق بين الدالة

المزاحة بالإجراء $\hat{A}$وقرين الدالة. ولكن من منظور آخر نقول أنه إذا كانت ψ هي دالة مخصوصة للإجراء $\hat{A}$ فإن الناتج سيكون $\alpha\psi$ وبالتالي فإن العلاقة تكون

$$< \hat{A} >= \frac{\int \alpha\psi^{*}\psi dx}{\int \psi^{*}\psi dx} = \frac{\sum_{n} \alpha_{n} \,|\, a_{n} \,|^{2} \; dx}{\sum_{n} |\, a_{n} \,|^{2}} \qquad (27\text{-}5)$$

وهذا هو ليس إلا معدل average القيم المخصوصة التي يمكن أن تتوافر عليها حالات النظام الذي تمثله دالة الموجة ψ. إذن فالقيمة المتوقعة هي المعدل الحسابي للقيم الممكنة لأحوال النظام المختلفة. وبالتالي فإن القيم التي نجدها تتوزع حول قيمة المعدل.

ولكن هل القيمة المتوقعة هي ما نجده بالضرورة في أي عملية قياس كانت؟ الجواب لا بالتأكيد لأن هنالك مبدأ اللادقة عاملاً في خلفية المشهد دوماً. بالتالي فإننا قد لا نحصل على القيمة المتوقعة أبداً بل نجد مايقرب منها. وهنا يظهر أثر مبدأ اللادقة في قياساتنا وهنا تظهر واقعية المشهد اللاحتمي لميكانيك الكم.

كما ذكرت آنفاً فإن فعل الإجراء على الدالة الموجية بد ذاته هو تحريك للدالة أو إزاحة لها وعملية القياس في ميكانيك الكم لأي ملحوظ فيزيائي في الناحية النظرية هي إيجاد القيمة المتوقعة للإجراء الذي يقابل ذلك الملحوظ (أي ذلك المتغير). فحين نجد القيمة المتوقعة نكون قد قمنا بعملية القياس نظرياً ووجدنا الملحوظ الفيزيائي المقابل للإجراء. مثلاً القيمة المتوقعة للزخم الخطي هي

$$< p >= \int \psi^{*}\left(-i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial x}\right)dx \qquad (28\text{-}5)$$

والقيمة المتوقعة للطاقة هي

$$< \hat{H} >= \int \psi^{*}\left(i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}\right)dx \qquad (29\text{-}5)$$

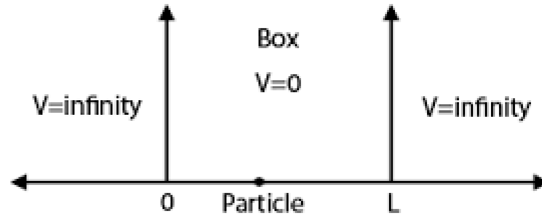
إن للإنحراف المعياري σ الوارد آنفاً علاقة مباشرة مع اللادقة في قياس الموقع كما يلي

$$\sigma = \sqrt{<x^2> - <x>^2}$$

وبهذه الصورة تتداخل المفاهيم الاحصائية مع الإحتمالية الكمومية وربما كان هذا التداخل هو واحد من الأسباب التي دعت بعض الفيزيائيين إلى القول بأن ميكانيك الكم هو نظرية إحصائية والحق ليس ذلك بالضبط.

جسيم حُر محصور في صندوق ذي بعد واحد

الصندوق عادة يكون ذي ثلاثة أبعاد. الطول والعرض والارتفاع. لكننا يمكن أن نطلق صندوق مجازاً على مساحة محددة بخطوط تحدها. كما يمكننا أن نطلق تعبير صندوق على خط ذي امتداد محدود. وبالرسم يتم تصوير هذا كما في الشكل (5−2).



الشكل (5−2) جسيم في صندوق

الوصف الرياضي للمسألة:

الجسسيم الحر يعني أن لا قوة خارجية مؤثرة عليه. وهذا يعني أن الجهد داخل الصندوق لابد أن يكون صفراً V=0. كلمة صلد تعني أن حدود صارمة ما يعني أن الجهد خارجها لابد أن يكون لانهائياً. وعلى هذا الوصف نكتب الجد الداخل في المسألة كما يلي

$$V = \infty \qquad x \le 0$$
$$V = 0 \qquad 0 < x < L \qquad (30\text{-}5)$$
$$V = \infty \qquad x \ge L$$

لذلك نفترض وجود جسيم حر كتلته m حركتهفقط متاحة ضمن المدى 0 إلى L على المحور x ويمكن أن نكتب معادلة شرودنجر كما يلي

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = E\psi(x)$$

وهذه المعادلة يمكن إعادة كتابتها كما يلي

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + k^2\psi(x) = 0 \qquad (31\text{-}5)$$

حيث أن

$$k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \qquad (32\text{-}5)$$

وإن E هي الطاقة الكلية للجسيم، وهي هنا في داخل الصندوق الطاقة الحركية إذ لا يوجد جهد أو مصدر قوة.

ولما كانت فرصة وجود الجسيم خارج الصندوق هي صفر فإن الشروط الحدودية تكون كما يلي

$$\psi(0) = 0, \qquad \psi(L) = 0 \qquad (33\text{-}5)$$

إن حل المعادلة التفاضلية $(31-5)$ يمكن أن يكون $\psi(x) = A\sin kx$ أو يكون $\psi(x) = B\cos kx$ فكلاهما يحقق المعادلة، حيث أن A و B هي ثوابت. لذلك نقول أن الحل العام للمعادلة هو

$$\psi(x) = A\sin kx + B\cos kx \qquad (34\text{-}5)$$

والآن نطبق الشروط الحدودية على هذا الحل العام لكي نحدد المسألة ونضعها في إطارها الفيزيائي فيكون الحل

$$\psi(x=0) = 0 = A\sin 0 + B\cos 0$$

وهذا يعني أن $B=0$ حكماً بموجب هذا الشرط الحدودي. بالتالي فإن الحل الأصح هو

$$\psi(x) = A\sin kx \qquad (35\text{-}5)$$

وعند تطبيق الشرط الحدودي الثاني عند $x=L$ فإننا نجد أن

$$\psi(x=L) = 0 = A\sin kL$$

لكننا الآن لا نستطيع أن نفترض أن الثابت A يمكن أن يكون صفرا لأننا بذلك نقضي على المسألة. لذلك فإن من الضروري أن يكون لدينا

$$\sin kL = 0$$

وهذا يعني أن

$$kL = n\pi, \qquad n = 1,2,3,.... \qquad (36\text{-}5)$$

أي أن

$$k = \frac{n\pi}{L} \qquad (37\text{-}5)$$

وبالتالي تكون دوال الموجة هي

$$\psi(x) = A\sin\frac{n\pi x}{L} \qquad (38\text{-}5)$$

وبالاستعانة بالتعريف (5−32) فإن هذا يعني أن

$$E_n = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2mL^2} \qquad (39\text{-}5)$$

بهذه النتيجة المهمة نكون قد عَرَفنا مستويات الطاقة الممكنة للجسيم. وكما نرى من هذه النتيجة فإن الطاقة موجبة دوماً وأن هنالك قدراً أدنى لطاقة الجسيم في الصندوق هي E_1 وهي ليست صفراً (وهو ما يسمى الحالة الدنيا Ground State Energy) وهذه النتيجة مخالفة تماما لما نتوقعه عندما نعتمد الرؤية الكلاسيكية للمسألة إذ ينبغي أن يكون الحد الأدنى للطاقة صفراً لأن الجسيم لا يمتلك أصلاً أي قدر من الطاقة.

إن مقدار طاقة الجسيم يتناسب عكسياً مع كتلته وعكسياً مع مربع بُعد الصندوق. بالتالي فإن مقدار الطاقة الدنيا يتضاءل عندما يكون حجم الصندوق كبيراً وكتلته كبيرة. وهنا نفهم أن الطاقة الدنيا ناتجة أساساً عن الحدود التي تفرضها جدران الصندوق.

من الواضح أن كون قيمة ثابت بلانك صغيرة جداً يجعل الحالة الكمومية للجسيم تظهر بوضوح فقط في نطاق العالم المجهري Microscopic على حين أن هذا التأثير الكمومي يتلاشى في النظم الجهرية Macroscopic.

تقويم دالة الموجة

إن دالة الموجة في (5−38) غير مقومة ويقتضي تقويمها لكي تكون الإحتمالية الكلية لوجود الجسيم في أي مكان في الصندوق هي واحد صحيح أو 100%. ولهذا الغرض نكتب

$$\int_0^L \psi^*(x)\psi(x)dx = \int_0^L |A|^2 \sin^2 \frac{n\pi x}{L}dx = \int_0^L \frac{1}{2}\left(1-\cos\frac{2n\pi x}{L}\right)dx = 1$$

وبالتالي نحصل على

$$A = \sqrt{\frac{2}{L}} \qquad (40\text{-}5)$$

بالتالي فإن دالة الموجة المقومة التي تصف جسيماً في صندوق ذي بعد واحد مداه L تكون

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \qquad (41\text{-}5)$$

هذه هي صيغة دوال الموجة للحالات الممكنة لجسيم في صندوق ذي بعد واحد.

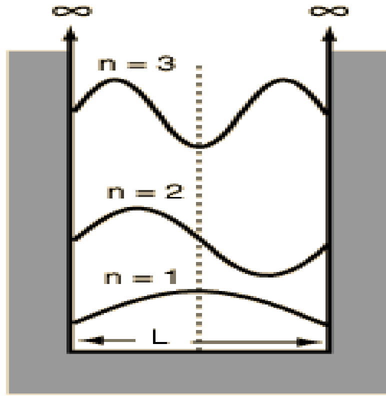
مضامين دالة الموجة

دعنا الآن ندرس هذه الدوال التي تمثل الجسيم في الصندوق. أبتداءً نلاحظ أن دوال الموجة التي تمثل أحوالا مختلفة للجسيم لاتحتوي على كتلة الجسيم بشكل

ظاهر وصريح بالتالي فهي تصف أي جسيم يمكن أن يوجد في الصندوق مهما كانت كتلته. وهذه مفارقة سببها التمثيل الموجي للجسيم فنحن هنا في هذه المسألة منحنا الجسيم وصفا موجياً من خلال معادلة شرودنجر. لكن في حقيقة الأمر فإن الصفة الجسيمية مختفية داخل الكمية $k = \frac{n\pi}{L}$ فهذا هو صورة أخرى لزخم الجسيم الذي هو $p_n = \hbar k = n\pi\hbar / L$ أي يمكننا إظهار الطابع الجسيمي للمسألة إذا كتبنا

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{p_n x}{\hbar}\right) \qquad (42\text{-}5)$$

وبهذا تكون كتلة الجسيم حاصلة ضمنياً داخل الزخم p_n . من جانب آخر فإننا نجد في الصيغة (5−41) أن الجسيم ليس دالة موجة واحدة بل عدة دوال موجية ممكنة وهي الحالات التي يمكن أن يكون عليها الجسيم تتفاوت إحداها عن الأخرى بمقدار قيمة n بمعنى أن هنالك أنماط موجية وليس موجة واحدة. وهذه الأنماط الموجية تمثل الأحوال الممكنة للجسيم الذي يمتلك طاقات مختلفة أو لمجموعة جسيمات لها طاقات مختلفة. فكل نمط من الأنماط يعبر عن مستوى من مستويات الطاقة.



الشكل (5−3) جسيم في صندوق

ومنها نستطيع أيضا أن نرسم كثافة الإحتمالية للمستويات المختلفة للجسيم وهذا مبين في الرسم التالي.



الشكل (5–4) إحتماليات الجسيم في صندوق

وعند تحليل هذا الرسم نجد أن هنالك أماكن معينة مسموح أن يوجد عندها الجسيم (وليست كل الأماكن مسموحة) وأخرى غير مسموحة. كما أن هنالك مناطق هي الأكثر إحتمالاً ليتواجد فيها الجسيم. وهذه الصفة هي صفة غير كلاسيكية أيضاً. مثلا في المستوى الأول يمكن أن يتواجد الجسيم في أي موقع على مدى عرض الصندوق كله لكن الإحتمالية العظمى تكون في منتصف الصندوق على حين تتضائل هذه الإحتمالية في الأطراف. أما في المستوى الثاني للطاقة فإن الجسيم لا يمكن أن يتواجد في منتصف الصندوق لأن إحتمالية وجوده هنالك هي صفر. على حين أن الاحتمالية العظمى هي وجود الجسيم عند نهاية الربع الأول من الصندوق أو عند نهاية الربع الثالث. وهكذا يظهر لنا أن البنية التحتية لفيزياء العالم تختلف عن ما يظهر لنا على سطحه الخارجي.

لكننا في أي لحظة من الزمن لن نجده إلا في حالة واحدة من تلك الأحوال وذلك لأن دوال الموجة المختلفة الأطوار متعامدة Orthogonal على بعضها. وهذا ما يمكن إثباته كما يلي

$$\int_0^L \psi_m(x)\psi_n(x)dx = \frac{2}{L}\int_0^L \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right)\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)dx$$
$$= \frac{1}{L}\int_0^L \left[\cos\frac{(m-n)\pi x}{L} - \cos\frac{(m+n)\pi x}{L}\right]dx$$
$$= \frac{\sin(m-n)\pi}{(m-n)\pi} - \frac{\sin(m+n)\pi}{(m+n)\pi}$$
$$= 0 \quad if\ m \neq n$$
$$= 1 \quad if\ m = n$$
(43-5)

وهكذا يمكن أن نكتب بصورة عامة

$$\int_0^L \psi_m(x)\psi_n(x)dx = \delta_{mn} \qquad (44\text{-}5)$$

لكن إذا ما وجدت عدة جسيمات في الصندوق في آن واحد فإن كلاً منها يمكن أن يوجد على حالة من الحالات الممكنة وبهذا تكون هنالك توزيعات مختلفة واسعة للمواقع والطاقات المسموحة للجسيمات في الصندوق.

القيم المتوقعة

تأكيداً لما سبق من الصفات الغريبة لتصرف الجسيم المحصور في صندوق ذي بعد واحد، يمكننا حساب القيمة المتوقعة لموقع الجسيم. دعنا نحسب ذلك للحالة الدنيا أي n=1

$$\langle x \rangle = \frac{2}{L}\int_0^L \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) x \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)dx$$
$$= \frac{2}{L}\int_0^L \sin^2\left(\frac{\pi x}{L}\right)x\,dx \qquad (45\text{-}5)$$
$$= \frac{1}{L}\int_0^L \left(1-\cos\frac{2\pi x}{L}\right)x\,dx = \frac{1}{L}\left(\frac{x^2}{2}\right)_0^L = \frac{L}{2}$$

أي أن القيمة المتوقعة لموضع الجسيم ذي طاقة بالحد الأدنى هو وسط الصندوق.

أما إذا أردنا حساب القيمة المتوقعة لمواضع الجسيم ذي الطاقات الأعلى فيجب أن نلاحظ مدى الدالة على x ففي حالة الطاقة المثارة الأولى $n=1$ مثلا تكون الدالة منفصلة وهي مؤلفة من جزئين، الأول مداه من 0 إلى $L/2$ والآخر مداه من $L/2$ إلى L. ولذلك فإننا نحسب القيمة المتوقعة على المديين بشكل منفصل لنجد أن $<x>$ في المدى الأول مقدارها $L/4$ على حين أن $<x>$ في المدى الثاني قيمتها $3L/4$. وهكذا الأمر لبقية المستويات نكتب دالة الموجة ونعرف نقاط أصفارها أولا ثم نجري الحسابات لكل مدى لوحده.

دعنا الأن نحسب القيمة المتوقعة للزخم. وهذه ستكون

$$\begin{aligned} < p > &= \frac{2}{L}\int_0^L \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\left(-i\hbar\frac{d}{dx}\right)\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)dx \\ &= \frac{2}{L}\int_0^L \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\left(-\frac{in\pi\hbar}{L}\right)\cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right)dx = 0 \end{aligned} \tag{46-5}$$

أي أن معدل قيمة الزخم هي صفر. ولكن دعنا أيضا نحسب القيمة المتوقعة لمربع الزخم

$$\begin{aligned} < p^2 > &= \frac{2}{L}\int_0^L \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\left(-i\hbar\frac{d}{dx}\right)^2 \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)dx \\ &= \frac{2}{L}\int_0^L \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\left(-\frac{in\pi\hbar}{L}\right)^2 \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)dx = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{L^2} \end{aligned} \tag{47-5}$$

أي أن معدل قيمة مربع الزخم ليست صفراً مما يعني أن الزخم ليس صفراً لكن لما كان المعدل هو صفر علمنا أن ذلك يعني أن إحتمالية حركة الجسيم نحو اليمين هي نفس إحتمالية الجسيم نحو الشمال. وبالتالي فإن الجسيم المحصور في صندوق لا يسكن أبداً بل هو دائم الحركة بما يمتلك من طاقة صفرية. وهذا كشف مهم لميكانيك الكموم يختلف فيه عن التصور الكلاسيكي الذي يقضي أن يكون الجسيم المتروك داخل صندوق مقفل ساكنا إلى الأبد.

على أية حال فإن النتيجة (5−47) متوافقة تماما مع حساب طاقة الجسيم في الصندوق لأن

$$E_n = \frac{< p^2 >}{2m} = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \qquad (48\text{-}5)$$

تفسير الإحتماليات

كيف يمكن أن نفهم هذه الحالة من أن جسيماً في صندوق سيتخذ لمكانه مواقع معينة لا يتواجد في غيرها؟ ولماذا تأخذ طاقته كميات مقننة مكممة؟

إن حالة الجسيم داخل الصندوق تمثلها دالة جيبية بسيطة كما شاهدنا وهذه الموجة إذ تكون محصورة بين جدارين فإنها ستشكل موجة واقفة تتداخل مع نفسها فإن كانت نصف موجة (وهو الحالة الدنيا) فإنها ستشكل بطنا وعقدتين وإن كانت موجة كاملة فإنها ستشكل بطنين وثلاث عقد وهكذا فإن عدد العقد هو n+1 . هذا هو التفسير الهندسي الرياضي للنتيجة وهو التفسير الأول.

لكننا يمكن أن نفهم المسألة فيزيائيا حين نضع في الصندوق 1000 جسيم مثلا. حينئذ سنرى الجسيمات التي تمتلك طاقة بالحد الأدنى تتوزع توزعا طبيعيا Normal Distribution بحيث تكون غالبيتها في وسط الصندوق بينما تكون أعداد قليلة منها متناثرة هنا وهناك في فضاء الصندوق. أما الجسيمات التي تمتلك طاقة مثارة بالمستوى الأول first excited stateفإن غالبيتها تتواجد في منتصف النصف الأول من الصندوق وفي منتصف النصف الثاني من الصندوق. على حين لا نجد أيا من هذه الجسيمات في منتصف الصندوق بالضبط. وهكذا لبقية الجسيمات التي سوف تتوزع بحسب مستوى طاقاتها. من الجميل أن يكون لدينا في حالة جسيمات متعددة غير متفاعلة مع بعضها non-interacting هذا التصنيف الطبيعي للطاقات.

طيب ماذا لو كان لدينا جسيم واحد فقط في الصندوق كيف سيتصرف؟

هنا نأتي للتفسير الثالث وهذا التفسير يعتمد على فرضية القول بأن الجسيم الواحد يتقلب في الأحوال المسموحة له ويتواجد في الأماكن المسموحة له بالإحتماليات المقررة لتلك الأماكن والأحوال وذلك بناء على فرضية تقول بتجدد خلق الأشياء بمعدل سريع جداً. فمن خلال حسابنا للزخم وجدنا أن القيمة المتوقعة للزخم هي صفر. وكما قلنا فإن هذا لا يعني أن الجسم سيكون ساكنا لأننا وجدنا أيضا أن القيمة المتوقعة لمربع الزخم هي ليست صفراً. بالتالي قلنا أن الجسم يتحرك يمنة ويسرة. وهذا يسمح له أن يتواجد في أي مكان في الصندوق باحتماليات مختلفة، أي في حالاته التي يكون عليها، ولكن لأزمنة مختلفة. فلا يتواجد الجسيم ذي الطاقة الدنيا في أطراف الصندوق إلا لزمن قصير جداً بينما يقضي معظم وقته في وسط الصندوق. أما الجسيم الذي يمتلك طاقة الحالة المثارة الأولى $(n=2)$ فإنه يتواجد لمعظم وقته في موقعين أحدهما عند منتصف النصف الأول من الصندوق والثاني عند منتصف النصف الثاني من الصندوق ويقضي هذا الجسيم قليلا من الوقت في المناطق الأخرى، وهكذا دواليك بشأن مستويات الطاقة الأخرى.

الطاقة الصفرية

نلاحظ أن الطاقة الصغرى للجسيم المحصور في صندوق لا تكون صفراً بل هي كمية محدودة تسمى الطاقة الصفرية Zero-point Energy ومقدارها هو

$$E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} \qquad (49\text{-}5)$$

وهذا مخالف للتصور الكلاسيكي الذي يقرر أن تكون طاقة الجسيم صفراً. ولكن لماذا لا تكون طاقة الجسيم، المحصور ضمن نطاق مكاني معين، صفراً؟ والجواب يكمن في مضمون مبدأ اللادقة حيث أنه إذا كانت $0<x<L$ فإن $\Delta x \approx a/2$

وطبقا لمبدأ اللادقة فإن مقدار اللادقة في الزخم سيكون $\Delta p \approx \hbar / 2\Delta x = \hbar / L$ مما يعني أن الطاقة الحركية للجسيم الذي كتلته m ستكون

$$E = \frac{(\Delta p)^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2mL^2} \qquad (50\text{-}5)$$

هذه النتيجة مقاربة للطاقة الدنيا (الصفرية) للجسيم في صندوق. وهكذا يبدو فعلا أن مبدأ اللادقة هو المسؤول عن نشأة الطاقة الدنيا. فلو أن الصندوق كان كبيرا لتضاءلت الطاقة الدنيا حتى تصير صفراً عندما يكون بعد الصندوق لا نهائياً أي لا وجود للجدران. لكن هذا سيعني أن الجسيم منتشر في مكان لا نهائي وبهذا يكون فاقداً للتحيّز، أي لا يمكن أن نحدد موقعه، تماماً non-localized.

هروب الجسيم من الصندوق

هل يمكن للجسيم ن يهرب من الصندوق؟ الجواب: إذا كان الجسيم محصوراً في الصندوق تماماً فلن يستطيع الهروب أبداً، لكن إذا كانت جدران الصندوق ليست مثالية وفيها شئ من الضعف ربما تمكن الجسيم من الهروب من الصندوق. في مثل هذه الحالات يتمثل ضعف جدران الصندوق بالجهد المحدود فلا يكون نهائياً فإن كانت طاقة الجسيم عالية وجدت إحتمالية عالية لهروب الجسيم من الصندوق. ومسألة الجهد المحدود هي إحدى المسائل التي سندرسها في مقرر ميكانيك الكم وهذا ما يسمى إختراق الحواجز الجهدية أو التنفيق Tunnelingحيث أنهذهالمسائل تحتاج إلى معالجة أكثر توسعاً.

أسئلة الفصل الخامس

1. ما منطوق مبدأ عدم التحديد (اللادقة) لهايزنبرغ؟
2. ما هي أصول مبدأ عدم التحديد (اللادقة) وعن أي مفاهيم نشأ؟
3. ما هو مآل مبدأ عدم التحديد لو كان ثابت بلانك أصغر كثيرا من قيمته الحالية؟
4. ماذا سيكون عليه الحال في عالم يكون فيه ثابت بلانك أكبر من قيمته الحالية بألف مليار مرة؟
5. صف بشكل مختصر عالماً يعتمد في حركاته وقياساته على الصوت وليس على الضوء كوسيلة للملاحظة والقياس.
6. ما دالة الموجة وما ضرورة فرضها؟
7. ماذا تمثل معادلة شرودنجر عموماً؟
8. هل يصلح تطبيق معادلة شرودنجر على الجسيمات التي تسير بسرعة تقرب من سرعة الضوء؟ لماذا؟
9. لماذا يكون للجسيم المحصور في صندوق قيمة متوقعة للطاقة الحركية الدنيا ولا يكون له قيمة متوقعة للزخم؟
10. ما معنى تراكب الأمواج وما دلالة الأمواج المتعامدة؟

مسائل الفصل الخامس

م1) أي من هذه الدوال لا يمثل نظاماً فيزيائياً؟

$\psi(x) = A\sin kx$ ، $\psi(x) = Ae^{x} \quad 0 \le x \le \infty$ ، $\psi(x) = A/x \quad 0 \le x \le \infty$

م2) أي من هذه الدوال هي دالة للإجراء d/dx ؟ وما هي القيمة المخصوصة لكل حالة.

$$\psi(x) = A\sin^2 kx \text{ ،} \psi(x) = A\sin kx \text{ ،} \psi(x) = Ae^x$$

م3) إحسب القيمة المتوقعة الزخم الجسيم عندما يكون في المستوي n=3 واحسب القيمة المتوقعة لطاقته.

م4) شريحة بلورية في هاتفك الخليوي طول ضلعها 0.2 nm اعتبرها صندوق ذي بعد واحد واحسب سرعة الإلكترونات فيها.

م5) (أ) إحسب الطاقة الدنيا لجسم كتلته 1غم محصور في صندوق بعده 1سم.

(ب) ما طاقة الجسم عندما تبلغ سرعته 3سم/ثا. (ملاحظة إحسب قيمة n ثم احسب الطاقة).

الفصل السادس: ذرة الهيدروجين وفق معادلة شرودنجر

Schrödinger Equation for Hydrogen Atom

عالجنا في الفصل الرابع من هذا الكتاب نموذج بور لذرة الهيدروجين وكنا قد بينا أن هذا النموذج يقصر عن وصف الذرة وصفاً دقيقاً. لذلك كانت الخطوة التالية بعد نموذج بور هي معالجة ذرة الهيدروجين وفق حلول معادلة شرودنجر واستخراج دوال الموجة الممكنة والقيم المخصوصة للطاقة والزخم. لذلك ستكون المعالجة هنا في ثلاثة أبعاد آخذين بنظر الاعتبار أن الجهد في ذرة الهيدروجين غير معتمد على الزمن وهذا يتطلب تقديم معادلة شرودنجر غير المعتمدة على الزمن في ثلاثة أبعاد للنظم المتناظرة كروياً.

معادلة شرودنجر في ثلاثة أبعاد

الصيغة العامة لمعادلة شرودنجر غير المعتمدة على الزمن في ثلاثة أبعاد هي

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(x,y,z)+V(x,y,z)\psi(x,y,z)=E\psi(x,y,z) \qquad (1\text{-}6)$$

حيث m هي كتلة الجسيم المتحرك و E طاقته الميكانيكية الكلية.

في نظام الإحداثيات الديكارتية Cartesian coordinates تكون

$$\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2} \qquad (2\text{-}6)$$

أما في نظام الإحداثيات الكروية فيتوجب علينا تغيير هذه المشتقات إلى ما يناظرها في الإحداثيات القطبية الكروية وهي

$$\begin{aligned} x &= r\sin\theta\cos\phi \\ y &= r\sin\theta\sin\phi \\ z &= r\cos\theta \end{aligned} \qquad (3\text{-}6)$$

وهذا يؤدي أن تصبح لدينا

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}$$

$$= \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial^2}{\partial\theta^2} + \cot\theta\frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}\right) \tag{4-6}$$

في ذرة الهيدروجين يكون الجهد الكهربائي بين الإلكترون والبروتون هو

$$V(r) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r} \tag{5-6}$$

وهكذا تصبح معادلة شرودنجر غير المعتمدة على الزمن كما يلي

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left[\frac{\partial^2\Psi}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial\Psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial\theta^2} + \cot\theta\frac{\partial\Psi}{\partial\theta} + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2\Psi}{\partial\phi^2}\right)\right] - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}\Psi = E\Psi$$

حيث أن $\Psi = \Psi(r,\theta,\phi)$. وهذه المعادلة يمكن إعادة صياغتها بالشكل التالي

$$\left[\frac{\partial^2\Psi}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial\Psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial\theta^2} + \cot\theta\frac{\partial\Psi}{\partial\theta} + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2\Psi}{\partial\phi^2}\right)\right] + \frac{2m}{\hbar^2}\left[E + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}\right]\Psi = 0 \tag{6-6}$$

وبما أن المتغيرات المكانية التي تحويها هذه المعادلة غير معتمدة على بعضها فإن

$$\Psi(r,\theta,\phi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi) \tag{7-6}$$

وبالتعويض عن $\Psi = \Psi(r,\theta,\phi)$ وضرب طرفي المعادلة في $r^2\sin^2\theta$ واجراء بعض المعاملات الجبرية البسيطة نحصل على نحصل على

$$\frac{\sin^2\theta}{R}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right) + \frac{\sin\theta}{\Theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\Theta}{d\theta}\right) + \frac{2mr^2\sin^2\theta}{\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} + E\right) = -\frac{1}{\Phi}\frac{d^2\Phi}{d\phi^2} \tag{8-6}$$

إن هذه المعادلة يمكن أن تكون صحيحة لو أن طرفيها يساويان مقداراً ثابتاً واحداً. مثلاً

$$-\frac{1}{\Phi}\frac{d^2\Phi}{d\phi^2} = m_l^2 \tag{9-6}$$

هذه المعادلة حلها بسيط فنكتبها

$$\frac{d^2\Phi}{d\phi^2}+m_l^2\Phi=0 \qquad (10\text{-}6)$$

الحل المباشر هو

$$\Phi(\phi)=Ce^{im_l\phi} \qquad (11\text{-}6)$$

وقد كنا سابقاً وجدنا قيمة الثابت $C=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$ من خلال عملية تقويم الدالة.

من جانب آخر فإن كون $\Phi(\phi)=\Phi(\phi+2\pi)$ يعني أن $e^{im_l\phi}=e^{im_l(\phi+2\pi)}$ وهذا يعني أن $e^{2\pi im_l}=1$ وبالتالي فإن

$$m_l=0,\pm1,\pm2,.......,\pm l \qquad (12\text{-}6)$$

ولو أننا الآن عوضنا المعادلة (6–9) في المعادلة (6–8) لحصلنا على

$$\frac{1}{R}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right)+\frac{2mr^2}{\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}+E\right)=\frac{m_l^2}{\sin^2\theta}-\frac{1}{\Theta\sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\Theta}{d\theta}\right)$$

من الواضح في ضوء ما ورد أعلاه أن الطرف الأيسر يعتمد كليا على r على حين أن الطرف الأيمن يعتمد كليا على θ مما يجعلنا نقول أن كلا الطرفين يساوي مقدار ثابت مثلاً $l(l+1)$ فيصير لدينا معادلتين

$$\frac{m_l^2}{\sin^2\theta}-\frac{1}{\Theta\sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\Theta}{d\theta}\right)=l(l+1) \qquad (13\text{-}6)$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right)+\frac{2m}{\hbar^2}\left[\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}+E\right)-\frac{l(l+1)}{r^2}\right]R=0 \qquad (14\text{-}6)$$

حل المعادلة الأولى (6–13)متعدد حدود لجندر Legender polynomial الذي يتخذ الصيغة

$$P_l^{m_l}(x)=\left(1-x^2\right)^{|m_l|/2}\frac{d^{|m_l|}}{dx^{|m_l|}}P_l(x) \qquad (14\text{-}6)$$

حيث أن

$$P_l(x)=\frac{1}{2^l l!}\frac{d^l}{dx^l}(x^2-1)^l \qquad (15\text{-}6)$$

وفي هذه فإن $x = \cos\theta$.

أما المعادلة الثانية (6−14) فهي

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right)+\left[\frac{2m}{\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}+E\right)-\frac{l(l+1)}{r^2}\right]R=0$$
(16-6)

والمعادلة حلها يتم من خلال متسلسلة حدود على المتغير r حيث نحصل على $R_{nl}(r)$

من الملاحظ أن الجزء الزاوي من المعادلة الذي يعتمد θ و ϕ يتلازم في صيغة واحدة وهي ما يسمى بالتوافقيات الكروية $Y_l^{m_l}(\theta,\phi)$ التي تتخذ الصيغة

$$Y_{lm}(\theta,\phi)=(-1)^m\sqrt{\left(\frac{2l+1}{4\pi}\right)\frac{(l-m)!}{(l+m)!}}P_{lm}(\cos\theta)e^{im\phi}$$
(17-6)

وتنظم متعددات الحدود هذه في جداول وفيما يلي بعضها

$$Y_{10}=\sqrt{\frac{3}{4\pi}}\cos\theta,\ Y_{11}=-\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta e^{i\phi},\ Y_{22}=\sqrt{\frac{15}{32\pi}}\sin^2\theta e^{2i\phi}$$

$$Y_{21}=-\sqrt{\frac{15}{8\pi}}\sin\theta\cos\theta e^{i\phi},\ Y_{20}=\sqrt{\frac{5}{16\pi}}(3\cos^2\theta-1)$$
(18-6)

كذلك فإن حلول الجزء القطري ينظم في جداول أيضا وفيما يلي بعضها

$$R_{10}(r)=\frac{1}{a_0^{3/2}}e^{-r/a_0},\ R_{20}=\frac{1}{2\sqrt{2}a_0^{3/2}}\left(2-\frac{r}{a_0}\right)e^{-r/2a_0},\ R_{21}=\frac{1}{2\sqrt{6}a_0^{3/2}}\frac{r}{a_0}e^{-r/2a_0}$$
(19-6)

حيث أن a_0 هو مقدار ثابت يعبر عن المسافة التي يكون فيها الألكترون معظم الوقت.

طاقة ذرة الهيدروجين

إن الحلول التي تقدمها معادلة شرودنجر تؤدي بالنتيجة إلى تحديد طاقة ذرة الهيدروجين بحسب المستويات التي يمكن أن يكون عليها الإلكترون وهذه تعطى بالصيغة التالية

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\left(\frac{1}{n^2}\right) = \frac{E_1}{n^2}, \qquad n = 1,2,3,......$$

(20-6)

وهذه هي نفسها الصيغة التي كنا حصلنا عليها في نموذج بور، حيث أن E_1 هي المستوى الأدنى للطاقة.

$$E_1 = -\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}.$$

ويمكننا التحقق من صحة هذه النتيجة بالتعويض المباشر عن R_{10} في المعادلة (16−6) حيث يكون لدينا

$$\frac{dR_{10}}{dr} = \frac{2}{a_0^{5/2}}e^{-r/a_0} \qquad (21\text{-}6)$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right) = \left(\frac{2}{a_0^{7/2}} - \frac{4}{a_0^{5/2}r}\right)e^{-r/a_0} \qquad (22\text{-}6)$$

وبالتعويض في المعادلة (13−6) عن $E = E_1$ و $l = 0$ نجد

$$\left[\left(\frac{2}{a_0^{7/2}} + \frac{4mE_1}{\hbar^2 a_0^{3/2}}\right) + \left(\frac{4mE_1}{\hbar\pi\varepsilon_0 a_0^{3/2}} - \frac{4}{a_0^{5/2}}\right)\frac{1}{r}\right]e^{-r/a_0} = 0$$

(23-6)

القوسين الداخليين كل منهما يساوي صفراً نظراً لاعتمادهما المختلف والمستقل. لذلك

$$\frac{4mE_1}{\hbar\pi\varepsilon_0 a_0^{3/2}} - \frac{4}{a_0^{5/2}} = 0$$

أي أن

$$a_0 = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2} \qquad (24\text{-}6)$$

وهذا هو نفسه نصف قطر بور. أما الحد الثاني فيعطينا

$$\left(\frac{2}{a_0^{7/2}} + \frac{4mE_1}{\hbar^2 a_0^{3/2}}\right) = 0$$

ومنه نجد أن

$$E_1 = -\frac{\hbar^2}{2ma_0^2} = -\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2} \qquad (25\text{-}6)$$

وهي الصيغة المطلوبة.

دالة الموجة والأعداد الكمية

إن دالة الموجة لذرة الهيدروجين تتخذ الصيغة الكلية العامة

$$\Psi_{nlm_l}(r,\theta,\phi) = R_{nl}(r)\Theta_{lm_l}(\theta)\Phi_{m_l}(\phi) \qquad (26\text{-}6)$$

حيث تأخذ الأعداد الكمية *quantumnumbers* أقيامها التالية

$$n = 1, 2, 3......\infty,$$
$$l = 0,1, 2, 3......n-1,$$
$$m_l = -l, -l+1, -l+2, ...0,1, 2, 3...... +l \qquad (21\text{-}6)$$

من الواضح أن عدد قيم m_l هو $2l+1$.

يسمى n العدد الكمي الأساسي *principal quantum number*، و l يسمى العدد الكمي الأوربتالي *orbital quantum number*، ويسمى m_l العدد الكمي المغناطيسي *magnetic quantum number*. وهذه الأعداد تصف البنية الذرية وتوزيع الإلكترونات في المستويات الذرية أي أن المستويات الذرية تُعرَف بدلالتها. فمثلاً يحدد المستوى الأدنى للإلكترون في ذرة الهيدروجين بالعدد 100 أي *n=1* و *l=0* و $m_l = 0$، وتكون دالة الموجة هي $\Psi_{100}(r,\theta,\phi)$ أما المستوى الثاني فيتفرع إلى أربعة مستويات فرعية الأول يعرف بدلالة الأعداد الكمية *n=2* و *l=0* و $m_l = 0$، ودالة الموجة $\Psi_{200}(r,\theta,\phi)$ والمستوى الفرعي الثاني *n=2* و *l=1* و $m_l = 0$ ودالة الموجة له هي $\Psi_{200}(r,\theta,\phi)$ والمستوى الفرعي الثالث *n=2* و *l=1* و $m_l = 1$ ودالة الموجة له هي $\Psi_{211}(r,\theta,\phi)$ والمستوى الفرعي الرابع *n=2* و *l=1* و $m_l = -1$ ودالة الموجة له هي $\Psi_{21-1}(r,\theta,\phi)$. إن هذه المستويات الفرعية متسببة عن تفرع أقيام الأعداد الكمية الأوربتالية والمغناطيسية. وهي تعبر عن أشكال التوزيعات الهندسية الممكنة لإحتمالية وجود الإلكترون في الفضاء حول البروتون.

العدد الكمي الرئيسي

وهذا العدد كما أسلفنا يأخذ قيما من أعداد صحيحة ويحدد به رتبة المدار الذي فيه الإلكترون 3وبالتالي يحدد مستوى الطاقة التي عليها الذرة الحرة تماماً كما هو عليه الحال في البنية الذرية التي تصورها نيلز بور. وهذا العدد يؤكد أن طاقة الإلكترونات في الذرة مكممة، وإن الانتقالات الذرية تحصل بتغيير العدد n.

العدد الكمي الإوربتالي

وهو ناتج عن الزخم الزاوي للإلكترون في مداره حول النواة. ويمكننا معرفة القيم التي يتخذها الزخم الزاوي لإلكتروم في أي مستوى من المستويات من خلال تحليل محتوى المعادلة القطرية (6−16) والتي نكررها هنا

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right)+\left[\frac{2m}{\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}+E\right)-\frac{l(l+1)}{r^2}\right]R=0 \qquad (27\text{-}6)$$

إذ نجد فيها الطاقة الميكانيكية الكلية E ومن المعلوم أن هذه الطاقة تحتوي على الطاقة الحركية القطرية radial والطاقة الحركية المدارية orbital وطاقة الوضع الكهربائية. أي

$$E=K_{radial}+K_{orbital}-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}. \qquad (28\text{-}6)$$

وبالتعويض في المعادلة أعلاه نجد

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right)+\frac{2m}{\hbar^2}\left[K_{radial}+K_{orbital}-\frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2}\right]R=0 \qquad (29\text{-}6)$$

ولما كانت المعادلة قطرية فإن الحدين الأخيرين في المعادلة أعلاه يجب أن يلغيا بعضهما. وهذا يعني أن

$$K_{orbital}=\frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} \qquad (40\text{-}6)$$

ولما كانت

$$K_{orbital} = \frac{m\mathrm{v}^2_{\mathrm{orbital}}}{2m} \qquad (41\text{-}6)$$

فإن

$$m^2v^2r^2 = \hbar^2 l(l+1)$$

أي أن $m^2\mathrm{v}^2r^2 = \hbar^2 l(l+1)$ وهذا يعني أن $L^2 = \hbar^2 l(l+1)$ ، أي

$$L = \hbar\sqrt{l(l+1)} \qquad (42\text{-}6)$$

وبما أن قيم l المسموحة هي 1.2,3,…..(n-1) فإن المعادلة (42−6) تعني أن الزخم الزاوي للإلكترون في الذرة مكمم ويقاس بوحدات $\hbar$. مثلاً إذا كانت $l = 2$ فإن $L = \hbar\sqrt{6}$. لقد تم ترميز المستويات أو الحالات التي يرمز اليها العدد الكمي l برموز كما مبين في الجدول أدناه

الحالة	s	p	d	f	g	h
قيمة l	0	1	2	3	4	5

وهكذا صار بالإمكان ترميز حالة الإلكترون في الذرة برقمين n وl مثلاً نقول ألكترون في الحالة 2s ونعني به إلكترون في المدار الثاني n=2 وعدده الكمي الأوربتالي صفر. ونقول إلكترون في الحالة 3p ونعني به إلكترون في المدار الثالث n=2 وعدده الكمي الأوربتالي l=1. أو نقول حالة 4f ونعني به n=4 وعدده الكمي الأوربتالي l=3، وهكذا.

العدد الكمي المغناطيسي

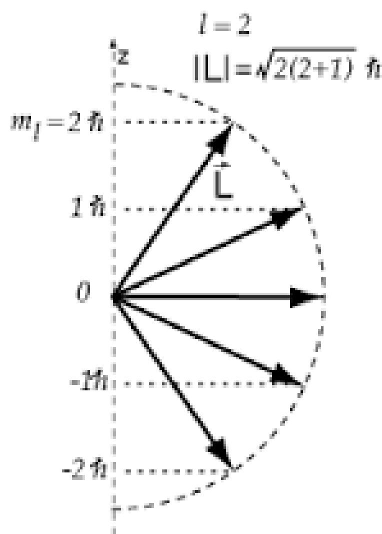
إن من المعروف أن الزخم الزاوي لجسيم يدور هو كمية متجهة وكلاسيكيا تتبع قاعدة اليد اليمنى فيكون الزخم عمودياً على مستوي الدوران. وهذا ما يحصل للذرة عندما تكون حرة. أما عندما تكون الذرة في مجال مغناطيسي خارجي فإن الأمر يصير مختلفاً. فإذ يدور الإلكترون حول نواة الذرة فإنه يؤلف تياراً كهربائياً وهذا

التيار يولد مجالاً مغناطيسياً يجعلالذرة تبدو مثل ثنائي قطب مغناطيسي. ثنائي القطب هذا يتفاعل مع أي مجال مغناطيسي خارجي إذ يؤدي بالذرة أن تتخذ إتجاها معيناً بالنسبة إلى المجال الخارجي.

إن الذي يحدد ما سيكون عليه إتجاه الذرة في المجال الخارجي هو العدد الكمي المغناطيسي m_l فهذا العدد يتعلق بالمركبة z للزخم الزاوي للذرة حسب العلاقة

$$L_z = \hbar m_l \qquad (43\text{-}6)$$

وهكذا يتخذ الزخم الزاوي في الذرة أقياماً بأعداد صحيحة من ثابت بلانك $\hbar$. وقد يكو اتجاه **L** علوياً أو سفلياً بحسب ما إذا كانت قيمة m_l موجبة أو سالبة على التوالي، لكن l_z هي مسقط المتجه **L** على المحور z. وإذ تكون هذه القيم محددة بأعداد صحيحة فإن هذا يعني أن الفضاء المتاح للزخم الزاوي مكمم. وهذا ما يسمى تكميم الفضاء Space Quantization ويتضح ذلك في الشكل (6−1).



الشكل (6−1) تكميم الفضاء بتوزيع الزخم الزاوي

في غياب مجال مغناطيسي خارجي يمكن للزخم الزاوي أن يتخذ أي إتجاه كان. لكن بوجود مجال مغناطيسي خارجي فإن L يتخذ إتجهه بحسب قيمة l_z التي

تحددها قيمة m_l. ومن الواضح أن إتجاه L لا يتوافق مع أو بالضد من إتجاه المجال المغناطيسي الخارجي إلا في حالة l=0.

ربما يكون من الجدير أن نسأل لماذا تكون l_z فقط مكممة والجواب إنها هي التي يمكن أن نعرفها بدقة فقط وذلك بسبب مبدأ اللايقين الذي يجعل قيم l_x و l_y غير معروفة. وهذه صفة كمومية صرفة.

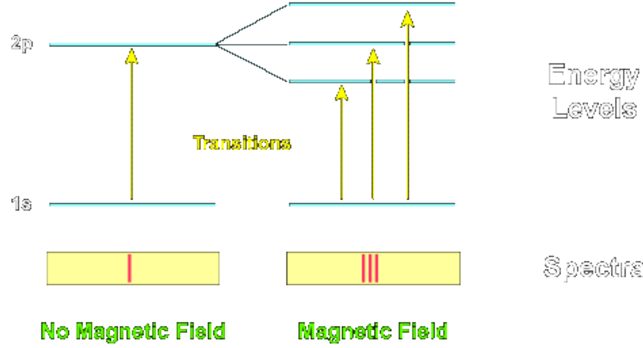
الحالات المتوالدة

إن طاقة أي مستوى للذرة الحرة يتحدد بقيمة n فقط وإن جميع المستويات الفرعية الأوربتالية العائدة لنفس المدار أي نفس قيمة n في الذرة تمتلك نفس القدر من الطاقة كما تحدده الصيغة (6–20). وهذه المستويات تسمى حالات متوالدة Degenerate States. وسبب نشوء هذه الحالات هو التناظر الكروي الذي يتمتع به الجهد الكهربائي للذرة. ولو إنكس هذا التناظر لاختفت الحالات المتوالدة وانفصلت عن بعضها. ويمكن فصل هذه الحالات بتسليط مجال مغناطيسي خارجي على الذرة وهذا ما نشاهده في تأثير زيمان.

تأثير زيمان العادي

لاحظ بيتر زيمان أنه عند وضع بخار المواد تحت تأثير مجال مغناطيسي خارجي فإن خطوطها الطيفية تظهر تضاعفات تدل على وجود مستويات فرعية للطاقة. وتظهر هذه المستويات كخطوط مزاحة على يمين ويسار الخط الأصلي، وكأن تلك الخطوط الطيفية كانت خطاً واحداً تفرع تحت تأثير المجال المغناطيسي الخارجي إلى خطوط أخرى. وهذه التضاعفات سببها العزم المغناطيسي للإلكترون المكتسب من خلال دوران الإلكترون حول النواة. وتبلغ عدد التضاعفات لكل مستوى من مستويات الزخم الزاوي ($2l$+1). ويسمى هذا التضاعف تأثير زيمان

العادي Normal Zeeman Effect. وهذه المستويات الفرعية يدل عليها العدد الكمي المغناطيسي m_l الذي تبلغ عدد تضاعفاته $(2l+1)$ أيضا. وهذا هو السبب في إلصاق هذا العدد بالتأثير المغناطيسي. ويظهر مثال ذلك في الشكل (6-2)



الشكل (6-1)

إن الحالة الدنيا للزخم الزاوي المداري التي قيمتها $l=0$ لا ينبغي أن يظهر فيها أي تضاعف لأن عدد الخطوط هو واحد فقط. إلا أن التجارب أظهر إنشطار خط الحالة الدنيا إلى خطين متماثلين. وهذا ما يوحي بوجود توالد من نوع جديد. وقد سمي هذا تأثير زيمان الشاذ Anomalous Zeeman Effect. وقد تم تفسيره لاحقا بوجود عزم مغناطيسي ذاتي للإلكترون ناتج عن دوران الإلكترون حول نفسه كما تدور الأرض حول نفسها. لكن هذا التصور لم يتحقق وتبين لاحقا أن العزم الذاتي للإلكترون هو صفة كمومية خالصة.

إن تفاصيل تأثير زيمان وحساباتها ينبغي بحثها ضمن مقرر ميكانيك الكم كونها تحتاج إلى مزيد من التفصيل الذي يتعلق بالزخم الزاوي للإلكترون والذي هو فصل رئيسي من فصول ميكانيك الكم.

أسئلة مفاهيمية حول الفصل السادس

1. ما الفرق بين القيم المخصوصة للطاقة في حل معادلة شرودنجر وفي نموذج بور؟
2. ما الفرق بين المدارات الإلكترونية المحددة بموجب نموذج بور للذرة وما تقدمه حلول معادلة شرودنجر؟
3. كيف تتأثر إحتمالية إيجاد الإلكترون في موقع معين عند التأثير على الذرة بمجال مغناطيسي خارجي؟
4. ما الحالات المتوالدة؟ ولماذا تظهر؟ وكيف يتم إلغاؤها.
5. لماذا تكون طاقة وضع الإلكترون في الذرة سالبة وماذا يعني ذلك؟

مسائل الفصل السادس

م**1)** قارن بين الطول الموجي المنبعث عند حصول الإنتقال 1S←2P في
(أ) ذرة الهيدروجين (ب) الديوتيريوم (ج) البوزيترونيوم.

م2) إحسب طاقة تأين ذرة الهيدروجين في حالة الاستقرار الدنيا وقارنها مع طاقة تأين ذرة الهليوم.

م3) إحسب الطول الموجي المنبعث عند إرتباط إلكترون ببروتون منفرد. ماذا تسمى هذه الطاقة؟ ما الطول الموجي للفوتون المنبعث.

ثوابت فيزيائية

شحنة الإلكترون	1.6021×10^{-19} C
الأكترون فولت	1.6021×10^{-19} J
كتلة الإلكترون	9.1093×10^{-31}kg
	0.511 MeV/c^2
كتلة البروتون	1.6726×10^{-27} kg=938.2723 MeV/c^2
كتلة النيوترون	1.6749×10^{-27} kg=939.5656 MeV/c^2
ثابت بولتزمان	1.3806×10^{-23} J/K
ثابت بلانك	1.0545×10^{-34} J.s
	6.5821×10^{-27} MeV.s
ثابت التركيب الدقيق	1/137
نصف قطر بور	0.5291×10^{-10} m
ثابت ريدبرج	1.096×10^{7} m^{-1}
وحدة الكتلة الذرية	1.6605×10^{-27} kg
مغنطون بور	0.5788×10^{-10} MeV/T
ثابت الجاذبية الكوني	$6.6725\times10^{-11}$$m^2$/kg.$s^2$
سرعة الضوء	2.9987×10^{8} m/s

عنوان المؤلف
البريد الإلكتروني: basel_tai@yahoo.com
قناة اليوتيوب للمؤلف
https://www.youtube.com/user/Baseltai?ob=0&feature=results_main

View publication stats